

Глава 3

Интерференция различных механизмов кумулятивного рождения на нуклонном уровне

В этой главе динамическая картина рождения кумулятивных протонов в hA -столкновениях рассмотрена путем анализа фейнмановских диаграмм с NN -взаимодействием, описываемым нерелятивистским NN -потенциалом. Показано, что вклад диаграмм с взаимодействием нуклонов в конечном состоянии, распадается на две части: на вклад, происходящий от малых расстояний (порядка нуклонных) и представляющий собой часть вклада так называемых двух-нуклонных корреляций в ядрах, и на вклад от больших расстояний (порядка ядерных), который описывает процесс перерасеяния реального (на массовой оболочке) промежуточного нуклона.

В рамках этого единого подхода вычислен вклад различных механизмов (спектаторного, прямого и перерасеяния) в рождение кумулятивных протонов в заднюю полусферу. Особое внимание уделено сравнению относительных вкладов этих механизмов с учетом их взаимной интерференции при различных углах вылета кумулятивных протонов. Представлено также сравнение полученных результатов с экспериментальными данными.

Изложение в этой главе основано на работах [268, 270, 272, 274, 280, 281, 282, 299].

3.1 Механизмы рождения кумулятивных частиц в нерелятивистской области в терминах нуклонных степеней свободы

3.1.1 Используемый подход

Со времени экспериментального обнаружения [9]-[15],[141] явления рождения кумулятивных частиц (т.е. рождения частиц в hA -реакции при условиях, когда рождение в аналогичной hN -реакции на свободном нуклоне кинематически запрещено) для его объяснения было предложено много теоретических моделей. Некоторые из этих моделей [39]-[54],[123, 126] связывают образование кумулятивных частиц с особенностями структуры ядра на малых расстояниях, такими как флуктоны, кластеры, малонуклонные корреляции, многокварковые мешки и т.п. Если это действительно так, то можно получить информацию об этих интересных ядерных явлениях, изучая рождение кумулятивных частиц из ядер.

Однако, как было показано в работах [104, 105, 106, 142, 262, 265, 107, 143, 119, 267, 108, 109, 127, 139, 271, 273], механизмы основанные на процессах протекающих на больших (порядка среднего расстояния между нуклонами ядра) расстояниях, такие как перерасеяние различных промежуточных частиц, также могут давать значительный вклад в образование кумулятивных частиц в определенных кинематических областях. Поэтому, чтобы изучать особенности структуры ядра на малых расстояниях, необходимо сначала выделить этот затеняющий вклад происходящий от процессов, протекающих на больших расстояниях. В этой связи чрезвычайно важно иметь надежную оценку относительной величины вкладов различных механизмов в процесс кумулятивного рождения. К сожалению, вклад этих механизмов изучался в рамках очень непохожих друг на друга моделей, использующих совершенно разные подходы, что как раз затрудняло сравнение именно их относительной величины.

Целью настоящего рассмотрения является расчет вклада различных механизмов в процесс рождения кумулятивных протонов в рамках единого подхода. Это позволяет не только провести надежное сравнение их относительной величины, но и учесть интерференцию вкладов этих механизмов. Подчеркнем, что последнее выполнить совершенно невозможно, когда эти вклады вычисляются в рамках разных подходов.

В этой главе мы осуществляем эту программу для процесса рождения кумулятивных протонов в высокоэнергетических адрон-ядерных столкновениях:



Чтобы описать все главные механизмы, дающие вклад в этот процесс (спектаторный, прямой и перерассеяние), в рамках одного общего подхода мы использовали простую модель, основанную на вычислении всевозможных фейнмановских диаграмм, в которых нуклон-нуклонное (NN) взаимодействие описывается нерелятивистским NN -потенциалом. (В работах [270, 272, 275] эта модель применялась нами также для описания рождения более тяжелых кумулятивных фрагментов в высокоэнергетических адрон-ядерных столкновениях.) Используя этот подход в настоящей главе мы вычисляем вклады различных механизмов в процесс образования кумулятивных протонов. Основное внимание уделяется сравнению относительной величины вкладов этих механизмов при различных углах вылета кумулятивных протонов и учету интерференции этих вкладов. В заключение представлено также сравнение полученных результатов с экспериментальными данными.

Обозначим через \mathbf{p} , \mathbf{p}_A и \mathbf{k} , соответственно, импульсы начального адрона, ядра-мишени и рожденного протона. Все рассмотрение в этой главе мы будем проводить в лабораторной системе отсчета, где ядро мишень (A) покоится: $\mathbf{p}_A = 0$. Мы будем также для определенности предполагать, что налетающим адроном (h) является релятивистски быстрый протон с импульсом $p = |\mathbf{p}| \gg m$, где m - масса нуклона.

Протоны рождающиеся в реакции (3.1) называются кумулятивными, если их импульс принадлежит той области фрагментации ядра, которая кинематически недоступна при рассеянии на одиночном свободном нуклоне в аналогичной реакции:

$$h + N \longrightarrow p + X. \quad (3.2)$$

Так, любой протон с импульсом, направленным в заднюю полусферу является кумулятивным, поскольку рождение протонов с такими импульсами в реакции (3.2) запрещено кинематически. Из этого следует, что рождение кумулятивных протонов в реакции (3.1) возможно только, если по крайней мере два нуклона ядра-мишени участвуют во взаимодействии с начальным адроном.

Поскольку целью настоящего рассмотрения является расчет вклада различных механизмов в рамках единого подхода с учетом возможной их интерференции, то чтобы исключить при исследовании этого вопроса влияние других усложняющих факторов мы ограничимся изучением рождения кумулятивных протонов с импульсами, принадлежащими определенному интервалу. С одной стороны они должны быть не слишком велики, что позволит пользоваться при их описании нерелятивистским приближением, но с другой стороны и не слишком малы, то есть должны

лежать вне так называемой испарительной области, где применимы различные статистические модели традиционной низкоэнергетической ядерной физики. Последнее означает, что мы изучаем рождение кумулятивных протонов, импульсы которых много больше характерных ядерных импульсов, что в свою очередь позволяет отделить ядерные структуры в диаграммах описывающих рождение кумулятивных протонов в реакции (3.1). То есть в основе применяемого подхода лежит следующая иерархия масштабов импульсов:

$$\sqrt{m\epsilon} \ll k \ll m \ll p, \quad (3.3)$$

где ϵ - энергия связи на один нуклон в ядре-мишени. На практике эти неравенства выполняются не с очень большим запасом, т.к. $\sqrt{\epsilon/m} \simeq 0, 1$. Тем не менее, чисто теоретически мы можем представить себе ситуацию, когда параметр ϵ стремится к нулю ($\epsilon \rightarrow 0$). В этом предельном случае, математическая формулировка задачи является вполне корректной. В наших вычислениях мы также пренебрегаем спинами и изоспинами нуклонов, рассматривая их как скалярные частицы.

3.1.2 Основные механизмы

В нашем подходе все возможные диаграммы Фейнмана, описывающие рождение кумулятивных протонов в реакции (3.1) для случая, когда во взаимодействии участвуют два нуклона ядра-мишени, изображены на рис. 3.1. На нем вертикальной пунктирной линией обозначено NN -взаимодействие посредством нерелятивистского нуклон-нуклонного потенциала (v). В соответствии с (3.3) мы также опустили в диаграммах на рис. 3.1 все малые ядерные импульсы.

В процессах, изображенных на рис. 3.1a и 3.1b, кумулятивный протон рождается в результате взаимодействия налетающего адрона с высокоимпульсной (по сравнению с характерными ядерными импульсами) двухнуклонной корреляцией в ядре-мишени. На рис. 3.1a NN -потенциал v описывает формирование этой нуклонной пары с коррелированными большими импульсами \mathbf{k} и $-\mathbf{k}$. Затем начальный налетающий адрон взаимодействует с нуклоном с импульсом $-\mathbf{k}$, а нуклон с импульсом \mathbf{k} вылетает в заднюю полусферу. Такой механизм получил название зрительного.

Отличие на рис. 3.1b состоит в том, что в этом случае формируется нуклонная пара с импульсами $\mathbf{k} - \mathbf{Q}$ и $-\mathbf{k} + \mathbf{Q}$, а кумулятивный протон с импульсом \mathbf{k} рождается в процессе рассеяния налетающего адрона на нуклоне с импульсом $\mathbf{k} - \mathbf{Q}$. Этот механизм обычно называют прямым. Оба этих механизма всесторонне изучались в работах [39, 49, 50, 123, 126].

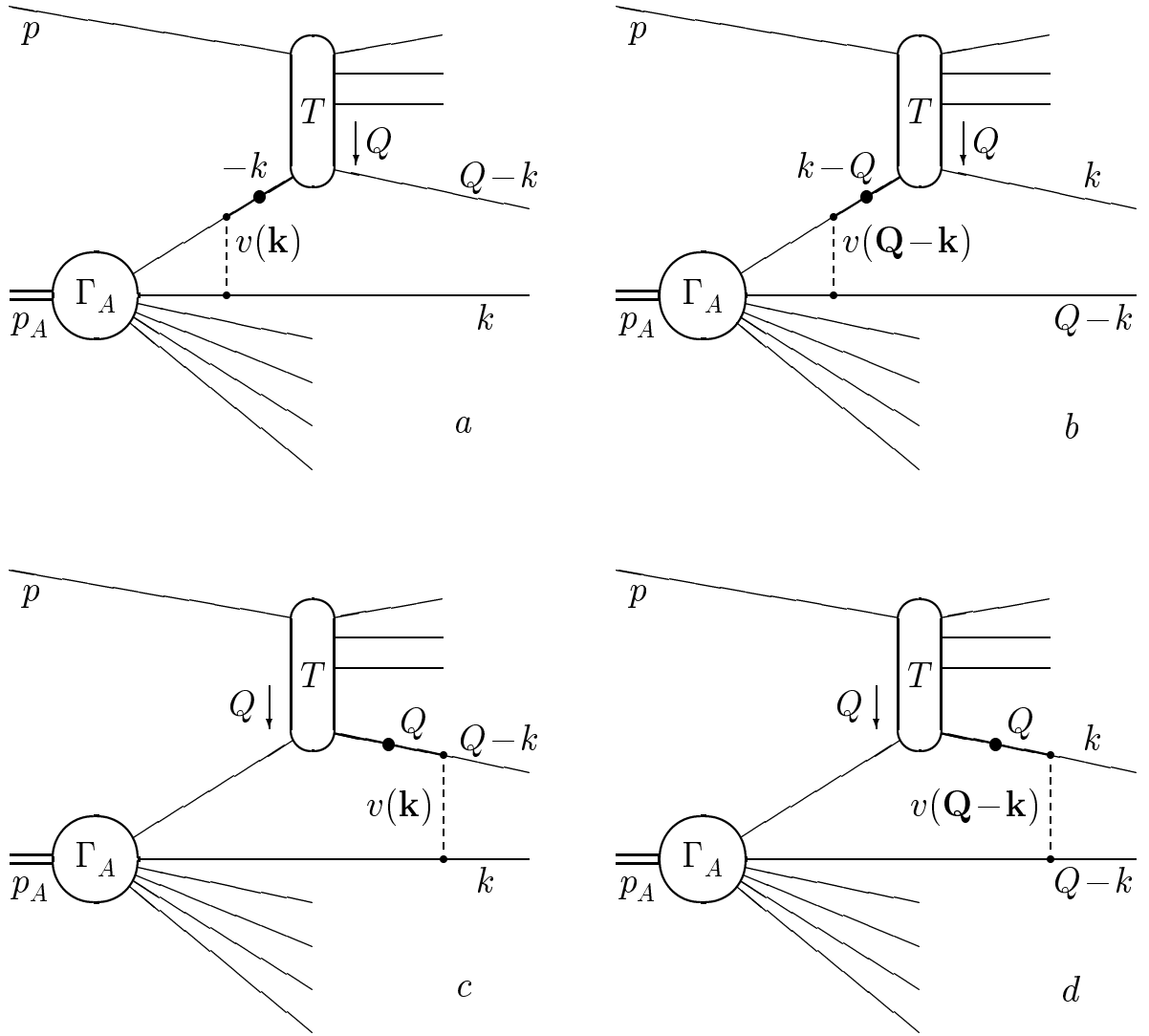


Рисунок 3.1: Диаграммы для вклада spectatorного (a), прямого (b) и механизма перерасеяния нуклона (взаимодействия в конечном состоянии) (c, d) в процесс рождения кумулятивных протонов при столкновении высоко-энергетического адрона с ядром.

Диаграммы для вклада механизма перерасеяния нуклона в рождение кумулятивных протонов изображены на рис. 3.1c и 3.1d. Этот механизм изучался в работах [105, 106, 107, 143, 142]. В этом случае начальный налетающий адрон сначала взаимодействует с одним из нуклонов ядра-мишени, а затем происходит взаимодействие в конечном состоянии этого нуклона и еще одного нуклона ядра-мишени. Это взаимодействие в конечном состоянии также описывается тем же самым NN -потенциалом v . В процессе на рис. 3.1c перерасеивающийся нуклон выталкивает второй нуклон ядра-мишени в заднюю полусферу. В процессе на рис. 3.1d промежуточный нуклон сам вылетает в заднюю полусферу после перерасеяния на втором нуклоне ядра-мишени.

Таким образом, в предлагаемом подходе все основные механизмы рождения кумулятивных протонов (spectatorный, прямой и перерасеяние)

описываются однотипными фейнмановскими диаграммами. Именно введение нерелятивистского NN -потенциала в эти диаграммы позволило описать эти различные механизмы в рамках одного общего подхода. С одной стороны в диаграммах на рис. 3.1*a* и 3.1*b* NN -потенциал описывает образование высокоимпульсной двух-нуклонной корреляции на малых расстояниях (много меньших характерных ядерных расстояний). С другой стороны в диаграммах на рис. 3.1*c* и 3.1*d* NN -потенциал описывает процесс взаимодействия нуклонов в конечном состоянии (т.е. процесс перерасеяния). Этот единый подход позволяет не только надежно оценить относительную величину вкладов всех основных механизмов в рождение кумулятивных протонов, но также учесть их взаимную интерференцию при вычислении их суммарного вклада в сечения этого процесса.

3.2 Разделение вкладов от больших (порядка ядерных) и малых (порядка нуклонных) расстояний, выделение вклада от перерасеяния нуклона

Прежде, чем переходить к вычислению диаграмм на рис. 3.1, рассмотрим проблему, связанную с тем, что вклад происходящий от диаграмм на рис. 3.1*c* и 3.1*d*, где взаимодействие нуклонов происходит в конечном состоянии (перерасеяние), распадается на две части: на вклад происходящий от малых расстояний (порядка нуклонных), который отвечает части вклада так называемых двух-нуклонных корреляций в ядрах и на вклад больших расстояний (порядка ядерных), который описывает процесс перерасеяния промежуточного реального (на массовой оболочке) нуклона. Мы также явно покажем, что после отделения вклада перерасеяния от больших расстояний оставшийся вклад малых расстояний уже конечен. В последнем параграфе этого раздела получены формулы удобные для численных расчетов этого и подобного ему процессов, где возможен вклад от перерасеяния частицы на массовой оболочке.

3.2.1 Сингулярность в пропагаторе промежуточного нуклона

Диаграммы на рис. 3.1*c* и 3.1*d* в обобщенном виде могут быть представлены в виде одной диаграммы, изображенной на рис. 3.2. (Чтобы вернуться от нее обратно к диаграммам на рис. 3.1*c* и 3.1*d*, достаточно воспользоваться представлением для амплитуды b , изображенном графически ниже на рис. 3.5.) Мы будем придерживаться тех же обозначений, что и в предыдущем разделе 3.1.

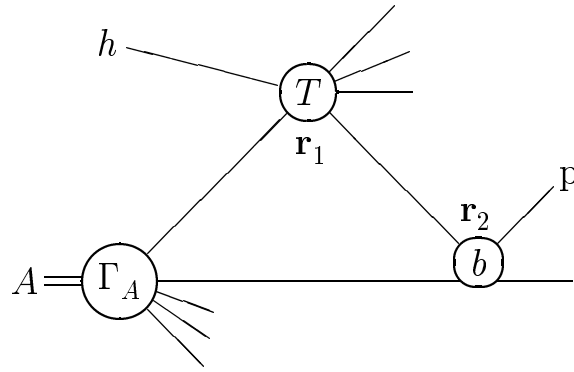


Рисунок 3.2: Диаграмма для вклада перерасеяния нуклона (взаимодействия в конечном состоянии) в рождение кумулятивных протонов при столкновении высокоэнергетического адрона с ядром

Основной вопрос, который рассматривается в данном параграфе, это корректный учет сингулярности в пропагаторе промежуточного нуклона при вычислении сечения процесса отвечающего амплитуде на рис. 3.2. С физической точки зрения эта сингулярность отражает тот простой факт, что промежуточный нуклон близкий к массовой поверхности может пройти значительное расстояние порядка характерных ядерных размеров до момента второго взаимодействия. То есть, чтобы выделить вклад в сечение процесса (3.1), от явлений происходящих на больших ядерных расстояниях, необходимо должным образом учесть сингулярность, в пропагаторе промежуточного нуклона в фейнмановской диаграмме на рис. 3.2. Аналогичные вопросы возникают и при анализе вклада процессов с перерасеянием пиона в промежуточном состоянии (см. главу 1 и работы [265, 271, 273, 109, 268]).

Как мы уже отмечали, вклад явлений, происходящих на больших ядерных расстояниях, в процесс рождения кумулятивных частиц изучается уже давно [104, 106, 142, 262, 265, 107, 143, 119, 267, 108, 127, 139, 271, 273], также как и вклад в этот процесс короткодействующих корреляций в ядрах [39]-[54],[123, 126]. Характерной особенностью нашего рассмотрения является то, что в результате вычислений мы видим, что одна фейнмановская диаграмма дает как вклад больших, так и вклад малых расстояний в процесс образования кумулятивных протонов.

3.2.2 Вычисление диаграммы

Из фейнмановской диаграммы для амплитуды изображенной на рис. 3.2 мы имеем диаграмму для инклюзивного сечения рождения кумулятивных протонов, изображенную на рис. 3.3. При ее вычислении мы будем использовать те же приближения, что и в предыдущем разделе 3.1.

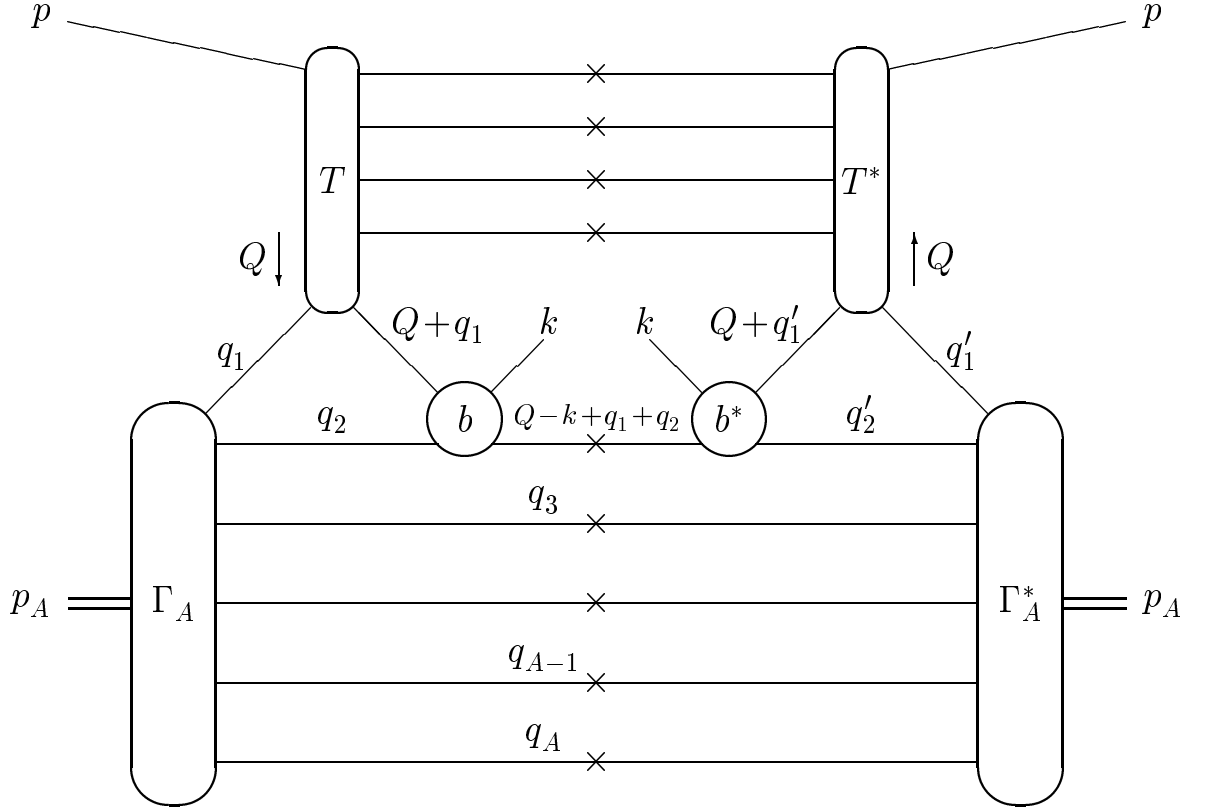


Рисунок 3.3: Фейнмановская диаграмма для инклюзивного сечения рождения кумулятивных протонов, отвечающая амплитуде на рис. 3.2

Приближение (3.3) позволяет нам пренебречь всеми импульсами, порядка характерных ядерных, при вычислении диаграммы на рис. 3.3 в амплитудах T и b для hN - и NN -взаимодействий. В этом случае импульсные переменные для амплитуд T и T^* совпадают и величина $|T|^2$ выражается через инклюзивное сечение рождения нуклона с импульсом \mathbf{Q} в hN -взаимодействии

$$I_N(\mathbf{p}, \mathbf{Q}) = E(\mathbf{Q}) \frac{d\sigma}{d\mathbf{Q}}(hN \rightarrow NX), \quad (3.4)$$

где $E(\mathbf{Q}) = m + \mathbf{Q}^2/(2m)$. При этом также подразумевается, что в нерелятивистском приближении в амплитуде T можно пренебречь сходом промежуточного нуклона с массовой оболочки. В силу тех же причин мы можем считать амплитуду b функцией переменных \mathbf{Q} и \mathbf{k} .

В рамках сделанных выше приближений фейнмановская диаграмма на рис. 3.3 приводит к следующему выражению для инклюзивного сечения рождения кумулятивных протонов в реакции (3.1):

$$\sigma(\mathbf{k}) = \frac{E(\mathbf{k})}{A} \frac{d\sigma}{d\mathbf{k}}(hA \rightarrow pX) = \frac{A!}{(A-2)!A} \frac{J_N}{J_A} \int I_N(\mathbf{p}, \mathbf{Q}) |b(\mathbf{Q}, \mathbf{k})|^2 (2\pi)^4 i \times$$

$$\begin{aligned}
& \delta^{(4)}(p_A - \sum_{j=1}^A q_j) \Gamma_A(\mathbf{q}_j) (2\pi)^{4i} \delta^{(4)}(p_A - q'_1 - q'_2 - \sum_{j=3}^A q_j) \Gamma_A^*(\mathbf{q}'_1, \mathbf{q}'_2, \mathbf{q}_3, \dots, \mathbf{q}_A) \times \\
& G(Q + q_1) G^*(Q + q'_1) \prod_{j=1}^2 G(q_j) G^*(q'_j) \frac{d^4 q_j}{(2\pi)^{4i}} \frac{d^4 q'_j}{(2\pi)^{4i}} \times \\
& 2i \operatorname{Im} G(Q - k + q_1 + q_2) \frac{d^4 Q}{(2\pi)^{4i}} \prod_{j=3}^A 2i \operatorname{Im} G(q_j) \frac{d^4 q_j}{(2\pi)^{4i}}. \quad (3.5)
\end{aligned}$$

Здесь G - пропагатор нуклона в нерелятивистском приближении:

$$G(q) = [2m(E(\mathbf{q}) - q_0 - i0)]^{-1}, \quad (3.6)$$

$$\operatorname{Im} G(q) = \frac{\pi}{2m} \delta(E(\mathbf{q}) - q_0), \quad (3.7)$$

$$E(\mathbf{q}) = m + \frac{\mathbf{q}^2}{2m}. \quad (3.8)$$

В формуле (3.5) J_A и J_N это инвариантные потоки для реакций (3.1) и (3.2) соответственно ($J_A/J_N = M_A/m \simeq A$, M_A - масса ядра-мишени). Отметим, что методы вычисления подобных диаграмм для различных приложений были развиты и подробно изложены в наших работах [268, 272, 274, 277, 276, 278, 279] (см. предыдущие главы).

Из кинематики следует, что благодаря сохранению импульса во втором столкновении (в амплитуде b на рис. 3.3) импульс Q также гораздо больше характерных ядерных импульсов, если k гораздо больше их. Поэтому, на первый взгляд кажется возможным пренебречь ядерными импульсами q_1 и q'_1 в пропагаторах промежуточного нуклона. $G(Q + q_1)$ и $G^*(Q + q'_1)$. Однако, если так поступить, то, как видно из (3.5), подынтегральное выражение будет содержать множитель $|G(Q)|^2$ и интеграл по импульсу Q будет расходящимся. Поэтому, чтобы корректно выполнить интегрирование по Q необходимо удержать q_1 и q'_1 в пропагаторах $G(Q + q_1)$ и $G^*(Q + q'_1)$.

Возвращаясь к формуле (3.5), мы можем теперь выполнить интегрирования по Q_0 и q_{j0} для $j = 3, \dots, A$, используя δ -функцию в выражении (3.7) для $\operatorname{Im} G$. Тогда

$$Q_0 - k_0 + q_{10} + q_{20} = E(\mathbf{Q} - \mathbf{k} + \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2), \quad (3.9)$$

$$q_{j0} = E(\mathbf{q}_j) \quad \text{для } j = 3, \dots, A. \quad (3.10)$$

Можно также выполнить интегрирования по q_{10} и q'_{10} за счет δ -функции, отвечающей закону сохранению четырехимпульса в вершинах Γ_A и Γ_A^* . Откуда следует

$$q_{10} + q_{20} = q'_{10} + q'_{20} = M_A - \sum_{j=3}^A E(\mathbf{q}_j). \quad (3.11)$$

После чего нужно выполнить интегрирования по q_{20} и q'_{20} , считая q_{10} и q'_{10} функциями q_{20} и q'_{20} в соответствии с (3.11), при этом

$$G(q_1) = [2m(E(\mathbf{q}_1) + \sum_{j=3}^A E(\mathbf{q}_j) + q_{20} - M_A - i0)]^{-1}, \quad (3.12)$$

$$G(Q + q_1) = [2m(E(\mathbf{Q} + \mathbf{q}_1) - E(\mathbf{Q} - \mathbf{k} + \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2) - E(\mathbf{k}) + q_{20} - i0)]^{-1}. \quad (3.13)$$

Из формул (3.12) и (3.13) ясно, что благодаря законам сохранения (3.9) и (3.10) полюса пропагаторов $G(q_1)$ и $G(Q + q_1)$ лежат по другую сторону от контура интегрирования на q_{20} -плоскости, чем полюс пропагатора

$$G(q_2) = [2m(E(\mathbf{q}_2) - q_{20} - i0)]^{-1}. \quad (3.14)$$

Поэтому мы можем выполнить интегрирование по q_{20} , сжимая контур вокруг полюса $G(q_2)$ и вычисляя вычет в точке $q_{20} = E(\mathbf{q}_2)$. После этого имеем:

$$G(q_1) = [2m(\sum_{j=1}^A E(\mathbf{q}_j) - M_A)]^{-1}, \quad (3.15)$$

$$G(Q + q_1) = [\Delta(\mathbf{Q}, \mathbf{k}; \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2)]^{-1}, \quad (3.16)$$

где

$$\Delta(\mathbf{Q}, \mathbf{k}; \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = 2m(E(\mathbf{Q} + \mathbf{q}_1) + E(\mathbf{q}_2) - E(\mathbf{Q} - \mathbf{k} + \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2) - E(\mathbf{k}) - i0).$$

Мы также учли, что $k_0 = E(\mathbf{k})$ и $p_{A0} = M_A$. Ниже мы будем везде использовать кинетическую энергию вместо полной:

$$\varepsilon(\mathbf{q}) = E(\mathbf{q}) - m = \mathbf{q}^2 / (2m). \quad (3.17)$$

Вспоминая, что $M_A = A(m - \epsilon)$ находим для (3.15) и (3.16):

$$G(q_1) = [2m(\sum_{j=1}^A \varepsilon(\mathbf{q}_j) + A\epsilon)]^{-1}, \quad (3.18)$$

$$\Delta(\mathbf{Q}, \mathbf{k}; \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = 2m(\varepsilon(\mathbf{Q} + \mathbf{q}_1) + \varepsilon(\mathbf{q}_2) - \varepsilon(\mathbf{Q} - \mathbf{k} + \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2) - \varepsilon(\mathbf{k}) - i0). \quad (3.19)$$

Если вспомнить обычную квантовомеханическую нерелятивистскую теорию возмущений, то сразу станет ясно, что выражение (3.19) есть обычный энергетический знаменатель для вероятности перехода в процессе отвечающем амплитуде b на рис. 3.3.

Интегрирование по q'_{20} выполняется аналогично интегрированию по q_{20} . В результате находим

$$G^*(q'_1) = [2m(\varepsilon(\mathbf{q}'_1) + \varepsilon(\mathbf{q}'_2) + \sum_{j=3}^A \varepsilon(\mathbf{q}_j) + A\epsilon)]^{-1}, \quad (3.20)$$

$$G^*(Q + q'_1) = [\Delta^*(\mathbf{Q}, \mathbf{k}; \mathbf{q}'_1, \mathbf{q}'_2)]^{-1}. \quad (3.21)$$

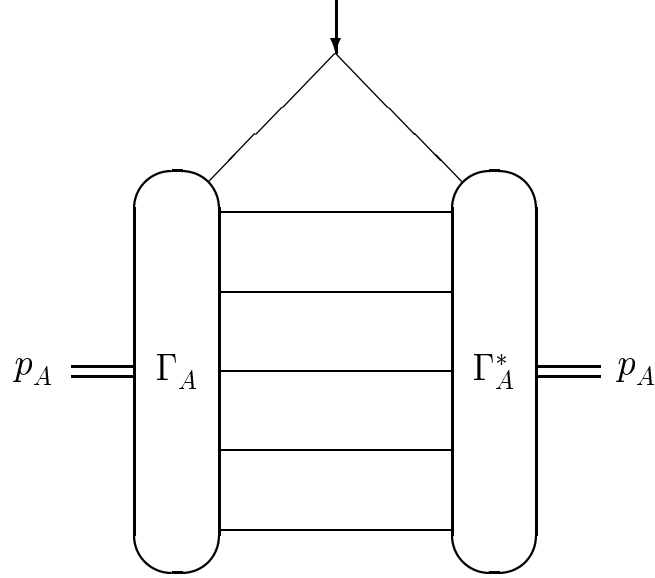


Рисунок 3.4: Диаграмма для адронного форм-фактора ядра

3.2.3 Связь с волновой функцией ядра

Вершина Γ_A на рис. 3.3 связана с волновой функцией ядра φ_A в импульсном представлении следующим соотношением [268]:

$$\varphi_A(\mathbf{q}_j) = (2M_A)^{-\frac{1}{2}}(2m)^{-\frac{A}{2}}(2\pi)^{\frac{3(1-A)}{2}} \left[\sum_{j=1}^A \varepsilon(\mathbf{q}_j) + A\epsilon \right]^{-1} \Gamma_A(\mathbf{q}_j) \quad (3.22)$$

Это соотношение можно получить, вычисляя диаграмму на рис. 3.4 для адронного форм фактора ядра при нулевом переданном импульсе. Вычисления аналогичны вычислениям для диаграммы на рис. 3.3, но гораздо проще. Волновая функция (3.22) нормирована следующим образом:

$$\int |\varphi_A(\mathbf{q}_j)|^2 \delta^{(3)}\left(\sum_{j=1}^A \mathbf{q}_j\right) \prod_{j=1}^A d\mathbf{q}_j = 1 \quad (3.23)$$

Отметим, что хотя этот рецепт для связи между вершиной Γ_A и ядерной волновой функцией φ_A приводит к правильному результату, тем не менее он несколько нефизичен. Он предполагает, что в процессе взаимодействия с налетающим адроном (показанном на рис. 3.2 и 3.3) ядро-мишень полностью разваливается на A нуклонов. Одним из следствий этого является довольно большой сдвиг с массовой оболочки нуклона с импульсом q_1 . Из (3.18) вытекает, что $G^{-1}(q_1) \sim A\epsilon$ и, конечно, $G^{-1}(q_1) \rightarrow 0$ при $\epsilon \rightarrow 0$, но на практике эта величина может достигать больших значений для тяжелых ядер, что формально противоречит нерелятивистскому характеру используемого приближения. В реальных экспериментах ядро-мишень в реакции (3.1) не разваливается полностью на A сво-

бодных нуклонов, а распадается на несколько нуклонов и ядерных фрагментов. Связь между такими ядерными вершинами и волновой функцией ядра была изучена в нашей работе [272]. Делая рассмотрение более корректным, она не меняет конечных результатов.

С учетом (3.22) после интегрирования по нулевым компонентам импульсов, мы находим

$$\sigma(\mathbf{k}) = \frac{A(2\pi)^{3(A-1)}}{(2m)^2} \times \quad (3.24)$$

$$\int \prod_{j=1}^2 \frac{d\mathbf{q}'_j}{(2\pi)^3} \prod_{j=1}^A \frac{d\mathbf{q}_j}{(2\pi)^3} \frac{d\mathbf{Q}}{(2\pi)^3} \frac{I_N(\mathbf{p}, \mathbf{Q}) |b(\mathbf{Q}, \mathbf{k})|^2}{\Delta(\mathbf{Q}, \mathbf{k}; \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) \Delta^*(\mathbf{Q}, \mathbf{k}; \mathbf{q}'_1, \mathbf{q}'_2)} \times$$

$$(2\pi)^3 \delta^{(3)}\left(\sum_{j=1}^A \mathbf{q}_j\right) \varphi_A(\mathbf{q}_j) (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\mathbf{q}'_1 + \mathbf{q}'_2 + \sum_{j=3}^A \mathbf{q}_j) \varphi_A^*(\mathbf{q}'_1, \mathbf{q}'_2, \mathbf{q}_3, \dots, \mathbf{q}_A).$$

Перейдем теперь в формуле (3.24) от $\varphi_A(\mathbf{q}_j)$ к $\psi_A(\mathbf{r}_j)$, используя следующее соотношение [268]:

$$(2\pi)^3 \delta^{(3)}\left(\sum_{j=1}^A \mathbf{q}_j\right) \varphi_A(\mathbf{q}_j) = (2\pi)^{\frac{3(1-A)}{2}} \int \psi_A(\mathbf{r}_j) \exp(-i \sum_{j=1}^A \mathbf{q}_j \mathbf{r}_j) \prod_{j=1}^A d\mathbf{r}_j. \quad (3.25)$$

Здесь $\psi_A(\mathbf{r}_j)$ волновая функция ядра в координатном представлении нормированная аналогично $\varphi_A(\mathbf{q}_j)$:

$$\int |\psi_A(\mathbf{r}_j)|^2 \delta^{(3)}\left(\sum_{j=1}^A \mathbf{r}_j\right) \prod_{j=1}^A d\mathbf{r}_j = 1. \quad (3.26)$$

После интегрирования по импульсам \mathbf{q}_j , где $j = 3, \dots, A$ формула (3.24) сводится к

$$\sigma(\mathbf{k}) = \frac{A}{(2m)^2} \int I_N(\mathbf{p}, \mathbf{Q}) |b(\mathbf{Q}, \mathbf{k})|^2 Z \frac{d\mathbf{Q}}{(2\pi)^3}, \quad (3.27)$$

где

$$Z = \frac{1}{4} \int Y \exp[i(\mathbf{q}'_1 \mathbf{r}'_1 + \mathbf{q}'_2 \mathbf{r}'_2 - \mathbf{q}_1 \mathbf{r}_1 - \mathbf{q}_2 \mathbf{r}_2)] \times \quad (3.28)$$

$$\psi_A(\mathbf{r}_j) \psi_A^*(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \mathbf{r}_3, \dots, \mathbf{r}_A) \prod_{j=1}^2 \frac{d\mathbf{q}_j}{(2\pi)^3} \frac{d\mathbf{q}'_j}{(2\pi)^3} d\mathbf{r}_j d\mathbf{r}'_j \prod_{j=3}^A d\mathbf{r}_j.$$

Здесь мы использовали сокращенные обозначения:

$$Y = S S'^*, \quad (3.29)$$

$$S = 2[\Delta(\mathbf{Q}, \mathbf{k}; \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2)]^{-1}, \quad S'^* = 2[\Delta^*(\mathbf{Q}, \mathbf{k}; \mathbf{q}'_1, \mathbf{q}'_2)]^{-1}.$$

Как уже обсуждалось выше, мы не можем полностью пренебречь всеми малыми ядерными импульсами $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2$ и $\mathbf{q}'_1, \mathbf{q}'_2$ в S и S' , так как в этом

случае $S = S'$ и интеграл по \mathbf{Q} в формуле (3.27) расходится. Поэтому, вычисляя Δ , мы вынуждены принимать во внимание не только первый член $(2u)$ в разложении Δ , но также и следующий член (2α) , который зависит от ядерных импульсов \mathbf{q}_1 и \mathbf{q}_2 . Из (3.19) имеем

$$\Delta(\mathbf{Q}, \mathbf{k}; \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = 2(u + \alpha) - i0, \quad (3.30)$$

$$u = (\mathbf{Q} - \mathbf{k})\mathbf{k}, \quad \alpha = (\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2)\mathbf{k} - \mathbf{q}_2\mathbf{Q},$$

$$S = (u + \alpha - i0)^{-1}, \quad S' = (u + \alpha' - i0)^{-1},$$

где необходимо подставить $\mathbf{q}'_1, \mathbf{q}'_2$ вместо $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2$, чтобы получить α' из α .

Заметим, что импульсы $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2$ и $\mathbf{q}'_1, \mathbf{q}'_2$ входят в формулу (3.28) симметричным образом. Поскольку по этим импульсам ведется интегрирование, то можно в подынтегральном выражении (3.28) заменить выражение (3.29) для Y на симметричное:

$$Y \longrightarrow Y_s = \frac{1}{2}(SS'^* + S^*S'). \quad (3.31)$$

После некоторых преобразований с использованием тождества:

$$(x - i0)^{-1} = (x + i0)^{-1} + 2\pi i\delta(x),$$

мы имеем:

$$Y_s = \bar{Y} + \hat{Y}, \quad (3.32)$$

где

$$\bar{Y} = \frac{1}{2}(SS' + (SS')^*), \quad (3.33)$$

$$\hat{Y} = 2\pi^2\delta(u + \alpha)\delta(u + \alpha'). \quad (3.34)$$

В формуле (3.32) нам удалось выделить из Y_s сингулярный член \hat{Y} (3.34). После чего в оставшейся части \bar{Y} (3.33) можно пренебречь всеми ядерными импульсами. Как мы убедимся ниже, интеграл (3.27) с \bar{Y} при этом останется конечным. Поэтому для \bar{Y} можно использовать следующее приближение:

$$S = S' = (u - i0)^{-1}, \quad (3.35)$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{2}(S^2 + S^{*2}) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(u - i0)^2} + \frac{1}{(u + i0)^2} \right] \equiv g(u). \quad (3.36)$$

Ясно, что мы не можем подобным образом пренебречь всеми ядерными импульсами в формуле (3.34), так как тогда \hat{Y} делается пропорционально $\delta^2(u)$. Пренебрегая ядерными импульсами везде, где возможно, мы находим для \hat{Y}

$$\hat{Y} = 2\pi^2\delta(u)\delta(\alpha - \alpha') = 2\pi^2\delta(u)\delta(\mathbf{Q}(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}'_1)). \quad (3.37)$$

Здесь мы учли, что $\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 = \mathbf{q}'_1 + \mathbf{q}'_2$. В соответствии с формулами (3.28) и (3.32) интеграл Z также распадается на два члена:

$$Z = \bar{Z} + \hat{Z}. \quad (3.38)$$

Как следует из (3.36) \bar{Y} не зависит от ядерных импульсов. Выполняя интегрирование по $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2$ и $\mathbf{q}'_1, \mathbf{q}'_2$ в (3.28) мы получаем

$$\bar{Z} = \frac{1}{4} g(u) w_A, \quad (3.39)$$

где

$$w_A = \int |\psi_A(0, 0, \mathbf{r}_3, \dots, \mathbf{r}_A)|^2 \prod_{j=3}^A d\mathbf{r}_j. \quad (3.40)$$

Используя формулу (3.37) для \hat{Y} и снова выполняя интегрирование по $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2$ и $\mathbf{q}'_1, \mathbf{q}'_2$ в (3.28), мы находим

$$\hat{Z} = \frac{1}{4} \frac{\delta(u)}{|\mathbf{Q}|} l_A, \quad (3.41)$$

$$l_A = \pi \int |\psi_A((z_1, 0), 0, \mathbf{r}_3, \dots, \mathbf{r}_A)|^2 dz_1 \prod_{j=3}^A d\mathbf{r}_j. \quad (3.42)$$

При выводе (3.41) и (3.42) мы выбрали направление оси z вдоль импульса \mathbf{Q} . Обозначение $(z_1, 0)$ означает, что вектор \mathbf{r}_1 имеет нулевую поперечную компоненту: $\mathbf{r}_{1\perp} = 0$, т.е. $x_1 = y_1 = 0$. Чтобы учесть трансляционную инвариантность, мы использовали следующее выражение для волновой функции ядра:

$$|\psi_A(\mathbf{r}_j)|^2 = \int \rho_A(\mathbf{r}_j + \mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (3.43)$$

которое обеспечивает зависимость $|\psi_A(\mathbf{r}_j)|^2$ только от разностей аргументов. В формуле (3.43) ρ_A нормировано обычным образом:

$$\int \rho_A(\mathbf{r}_j) \prod_{j=1}^A d\mathbf{r}_j = 1, \quad (3.44)$$

что согласуется с формулой (3.26). Определим двух нуклонную плотность распределения в ядре-мишени следующим образом:

$$\rho_A(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \int \rho_A(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \dots, \mathbf{r}_A) \prod_{j=3}^A d\mathbf{r}_j. \quad (3.45)$$

Нормировочное условие для этой плотности распределения таково:

$$\int \rho_A(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 = 1. \quad (3.46)$$

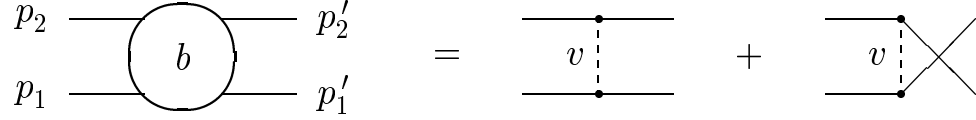


Рисунок 3.5: Связь между амплитудой b и NN -потенциалом v в простом нерелятивистском приближении

В этих обозначениях мы имеем:

$$w_A = \int \rho_A(\mathbf{r}, \mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (3.47)$$

$$l_A = \pi \int \rho_A((z_1, \mathbf{r}_\perp), (z_2, \mathbf{r}_\perp)) dz_1 dz_2 d\mathbf{r}_\perp. \quad (3.48)$$

Собирая формулы (3.27), (3.36), (3.38), (3.39), (3.41), (3.47) и (3.48), мы окончательно получаем:

$$\sigma(\mathbf{k}) = A \left(\frac{m}{2\pi} \right)^3 (w_A \bar{J} + l_A \hat{J}), \quad (3.49)$$

где

$$\bar{J}\{\hat{J}\} = \int I_N(\mathbf{p}, \mathbf{Q}) \bar{W}(\mathbf{Q}, \mathbf{k}) \{\hat{W}(\mathbf{Q}, \mathbf{k})\} \frac{d\mathbf{Q}}{E(\mathbf{Q})}, \quad (3.50)$$

$$\bar{W}(\mathbf{Q}, \mathbf{k}) = \frac{|b|^2}{2} \left[\frac{1}{(u - i0)^2} + \frac{1}{(u + i0)^2} \right], \quad (3.51)$$

$$\hat{W}(\mathbf{Q}, \mathbf{k}) = \frac{|b|^2}{|\mathbf{Q}|} \delta(u). \quad (3.52)$$

Напомним, что $u = (\mathbf{Q} - \mathbf{k})\mathbf{k}$.

В этих окончательных формулах мы также изменили нормировку амплитуды NN -рассеяния: $b(\mathbf{Q}, \mathbf{k}) = (2m)^2 b$ по следующим соображениям. В простом нерелятивистском приближении эта амплитуда связана с NN -потенциалом (v) следующим соотношением:

$$b(\mathbf{Q}, \mathbf{k}) = (p_{10} + p'_{10})v(p'_1 - p_1)(p_{20} + p'_{20}) + (p_{10} + p'_{20})v(p'_2 - p_1)(p_{20} + p'_{10}), \quad (3.53)$$

изображенном в диаграммной форме на рис. 3.5. В нашем случае для диаграммы на рис. 3.3 отсюда следует, что

$$b(\mathbf{Q}, \mathbf{k}) = (2m)^2 b, \quad b = v(\mathbf{k}) + v(\mathbf{Q} - \mathbf{k}) \quad (3.54)$$

3.2.4 Конечность вклада малых расстояний

Убедимся теперь, что интеграл \bar{J} действительно не расходится. Используя выражение

$$u = \mathbf{Q}\mathbf{k} - \mathbf{k}^2 = Q_x k_x + Q_y k_y + Q_z k_z - \mathbf{k}^2 \quad (3.55)$$

мы можем заменить в формуле (3.50) интегрирование по Q_x интегрированием по u . Тогда интеграл по u принимает вид:

$$\bar{J}_x = \int_{-\infty}^{\infty} F(u)g(u) du, \quad (3.56)$$

и для \bar{J} мы имеем:

$$\bar{J} = \int \bar{J}_x dQ_y dQ_z. \quad (3.57)$$

Напомним, что в формуле (3.56)

$$g(u) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(u - i0)^2} + \frac{1}{(u + i0)^2} \right], \quad (3.58)$$

и в силу (3.50) и (3.51)

$$F(u) = I_N(\mathbf{p}, \mathbf{Q})b^2/(k_x E(\mathbf{Q})), \quad (3.59)$$

где, используя (3.55), надо считать Q_x функцией u . Функция $F(u)$ не сингулярна в точке $u = 0$ и достаточно быстро убывает на бесконечности, поэтому интеграл \bar{J}_x конечен. (Мы предполагаем здесь, что в соответствии с (3.3) $p \rightarrow \infty$. В этом случае пределы интегрирования по Q_x будут $\pm\infty$.) Действительно, используя простые тождества

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(u) du = 0 \quad \text{and} \quad \int_{-\infty}^{\infty} g(u)u du = 0, \quad (3.60)$$

можно свести (3.56) к

$$\bar{J}_x = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{F}(u)g(u) du; \quad (3.61)$$

$$\tilde{F}(u) = F(u) - F(0) - F'(0)u.$$

Поскольку разложение функции $\tilde{F}(u)$ в окрестности $u = 0$ начинается с u^2 , можно отбросить $\pm i0$ в знаменателях функции $g(u)$ (3.58), и мы имеем:

$$\bar{J}_x = \int_{-\infty}^{\infty} [F(u) - F(0) - F'(0)u]u^{-2} du. \quad (3.62)$$

Это доказывает, что интеграл \bar{J}_x не сингулярен. Формула (3.62) удобна также для численной оценки этого интеграла.

3.2.5 Заключение

Соотношения (3.47)-(3.52), (3.56), (3.57), (3.59) и (3.62) могут быть использованы для численных расчетов вклада рассматриваемого процесса и аналогичных процессов в инклюзивное сечение рождения кумулятивных протонов в реакции (3.1). В следующем разделе 3.3 мы будем использовать их при вычислении вклада различных механизмов: спектаторного,

прямого и перерасеяния (с учетом их взаимной интерференции) в рождение протонов в заднюю полусферу.

Вследствие (3.49), вклад диаграммы на рис. 3.2 в сечение рождение кумулятивных протонов распадается на два члена. Первый член отвечает вкладу малых расстояний. В этом случае расстояние между точками \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 на рис. 3.2 много меньше характерных ядерных расстояний. Поэтому этот член пропорционален вероятности двух нуклонной корреляции в ядре (w_A (3.47)) [123, 126], т.е. вероятности обнаружить в ядре два нуклона на малом друг от друга расстоянии в момент их взаимодействия с налетающим адроном.

Второй член в формуле (3.49) отвечает вкладу больших расстояний, когда расстояние между точками \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 на рис. 3.2 порядка среднего расстояния между нуклонами ядра. Этот член пропорционален l_A (3.48), т.е. вероятности обнаружить второй нуклон в ядре на линии движения промежуточного нуклона с импульсом \mathbf{Q} .

Если промежуточный нуклон при движении из точки первого взаимодействия (\mathbf{r}_1) до точки второго взаимодействия (\mathbf{r}_2) проходит расстояние порядка среднего расстояния между нуклонами в ядре, то он должен быть близок к массовой оболочке. Легко убедиться, что это действительно так. Подынтегральное выражение \hat{J} (3.52) пропорционально $\delta(u)$, а условие $u = \mathbf{Q}\mathbf{k} - \mathbf{k}^2 = 0$ эквивалентно закону сохранения кинетической энергии в процессе упругого перерасеяния промежуточного нуклона, находящегося на массовой поверхности, на втором нуклоне ядра-мишени:

$$\varepsilon(\mathbf{Q}) = \varepsilon(\mathbf{Q} - \mathbf{k}) + \varepsilon(\mathbf{k}) \iff \mathbf{Q}\mathbf{k} = \mathbf{k}^2. \quad (3.63)$$

Хотелось бы подчеркнуть, что невозможно вычислить вклад, происходящий от малых расстояний, (например, вклад двух нуклонных корреляций в ядрах) в процесс рождения кумулятивных протонов, если заранее не выделить вклад, происходящий от перерасеяния промежуточного нуклона на массовой оболочке. В противном случае из-за сингулярности в пропагаторе промежуточного нуклона вклад диаграммы на рис. 3.3 будет расходящимся.

Отметим также, что треугольные фейнмановские диаграммы, типа изображенной на рис. 3.2, и структура их сингулярностей уже давно изучались как сами по себе [144], так и в приложении для описания нуклон-ядерных столкновений [145]-[151]. Единственной целью нашего рассмотрения [280] является использование этой диаграммы для описания рождения кумулятивных протонов в высокоэнергетических hA -взаимодействиях.

Заключая этот параграф заметим, что мы совершенно не учитывали

дальнодействующее кулоновское взаимодействие между вылетающим кумулятивным протоном и ядром-мишенью. Рассмотрение кулоновского взаимодействия протона с мишенью необходимо, особенно для описания спиновых эффектов в упругом рассеянии протонов на тяжелых ядрах при промежуточных энергиях [152]-[154]. Однако, при более высоких энергиях влияние кулоновского потенциала на сечение упругого рассеяния не так значительно, поскольку он существенно искажает только низшие парциальные волны и его вклад убывает с ростом орбитального углового момента.

При обсуждении влияния кулоновского поля ядра на процесс образования кумулятивных протонов верны все те же соображения, которые мы использовали во второй главе при анализе влияния дополнительных мягких перерассеяний на оптическом потенциале ядра на процесс образования кумулятивных протонов и фрагментов в высокоэнергетических hA -взаимодействиях [274, 277, 276]. Там мы убедились, что влияние этих дополнительных мягких перерассеяний убывает с увеличением импульса рождающейся кумулятивной частицы. Более того, необходимо иметь в виду, что процесс образования кумулятивных протонов в высокоэнергетических hA -столкновениях сопровождается развалом ядра-мишени на нуклоны и фрагменты, как мы это уже обсуждали в начале парагр. 3.2.3. Очевидно, что в такой ситуации, в отличие от упругого pA -рассеяния, проблема учета кулоновских эффектов не сводится просто к учету движения рожденного кумулятивного протона в кулоновском поле ядра-мишени, и ее решение выходит далеко за круг вопросов затрагиваемых в данном исследовании.

3.3 Интерференция различных механизмов рождения кумулятивных протонов

3.3.1 Вычисление диаграмм

Перейдем непосредственно к нахождению вкладов всех диаграмм на рис. 3.1. Методы расчета подобных фейнмановских диаграмм, в рамках рассматриваемого приближения (3.3) подробно изложены в наших работах [262, 265, 267, 268, 272, 273] (см. главу 1). Позднее они также применялись нами для расчета графиков Фейнмана описывающих влияние поля ядра на процесс формирования, путем слияния нуклонов, легких ядерных фрагментов в hA -столкновениях при высоких энергиях [274, 276, 277, 278, 279] (см. главу 2). Более того, в предыдущем разделе 3.2 мы уже вывели общие формулы для вклада наиболее сложных диаграмм на рис. 3.1с

и 3.1d, которые будем использовать в этом разделе. Поэтому напомним только основные этапы вычисления.

Приближение (3.3) снова позволяет нам пренебречь всеми импульсами порядка характерных ядерных импульсов в амплитудах T для hN -взаимодействия изображенных на рис. 3.1. В этом случае, также как в предыдущем разделе 3.2, при вычислении сечения импульсные переменные в амплитудах T и T^* совпадают и величина $|T|^2$ может быть выражена через инклюзивное сечение $I_N(\mathbf{p}, \mathbf{Q})$ (3.4) hN -взаимодействия для случая, когда нуклону мишени передается импульс \mathbf{Q} , где $E(\mathbf{Q}) = m + \mathbf{Q}^2/(2m)$. Это также подразумевает, что в амплитуде T , в соответствии с нерелятивистским характером приближения, можно пренебречь сходом с массовой оболочки. В противном случае мы сталкиваемся с проблемой продолжения амплитуды T по переменной Q_0 до массовой поверхности ($Q_0 \rightarrow E(\mathbf{Q})$). По тем же причинам мы считаем потенциал v только функцией переданного импульса ($\mathbf{Q} - \mathbf{k}$ или \mathbf{k}).

Ядерная вершина Γ_A на рис. 3.1 с присоединенными к ней нуклонными пропагаторами связана с волновой функцией ядра. В приближении (3.3) вся зависимость от структуры ядра при вычислении диаграмм входит лишь через

$$\rho_A(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \int \rho_A(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \dots, \mathbf{r}_A) \prod_{j=3}^A d\mathbf{r}_j. \quad (3.64)$$

Здесь $\rho_A(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ и $\rho_A(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \dots, \mathbf{r}_A)$ двух- и много-нуклонная плотность распределения в ядре-мишени нормированная на единицу.

Остановимся теперь на анализе выражений возникающих от потенциала v и от нуклонных пропагаторов помеченных на рис. 3.1 жирными точками. Обозначим эти выражения через A , B , C и D для диаграмм a , b , c и d на рис. 3.1, соответственно. Если мы, в соответствии с приближением (3.3), пренебрежем всеми малыми ядерными импульсами в этой части диаграмм, то мы получим для них следующие выражения:

$$\begin{aligned} A &= \frac{v(\mathbf{k})}{\mathbf{k}^2}, & B &= \frac{v(\mathbf{Q}-\mathbf{k})}{(\mathbf{Q}-\mathbf{k})^2}, \\ C &= \frac{v(\mathbf{k})}{(\mathbf{Q}-\mathbf{k})\mathbf{k} - i0}, & D &= \frac{v(\mathbf{Q}-\mathbf{k})}{(\mathbf{Q}-\mathbf{k})\mathbf{k} - i0}. \end{aligned} \quad (3.65)$$

Область интегрирования Ω по импульсу \mathbf{Q} в диаграммах на рис. 3.1 определяется той кинематической областью, где инклюзивное сечение процесса (3.4) отлично от нуля (см. рис. 3.6). Это означает, что нуклон с импульсом \mathbf{Q} принадлежит кинематической области Ω , в которой возможно рождение на одиночном нуклоне. Но согласно данному выше определению, импульс \mathbf{k} кумулятивного протона лежит как раз вне этой

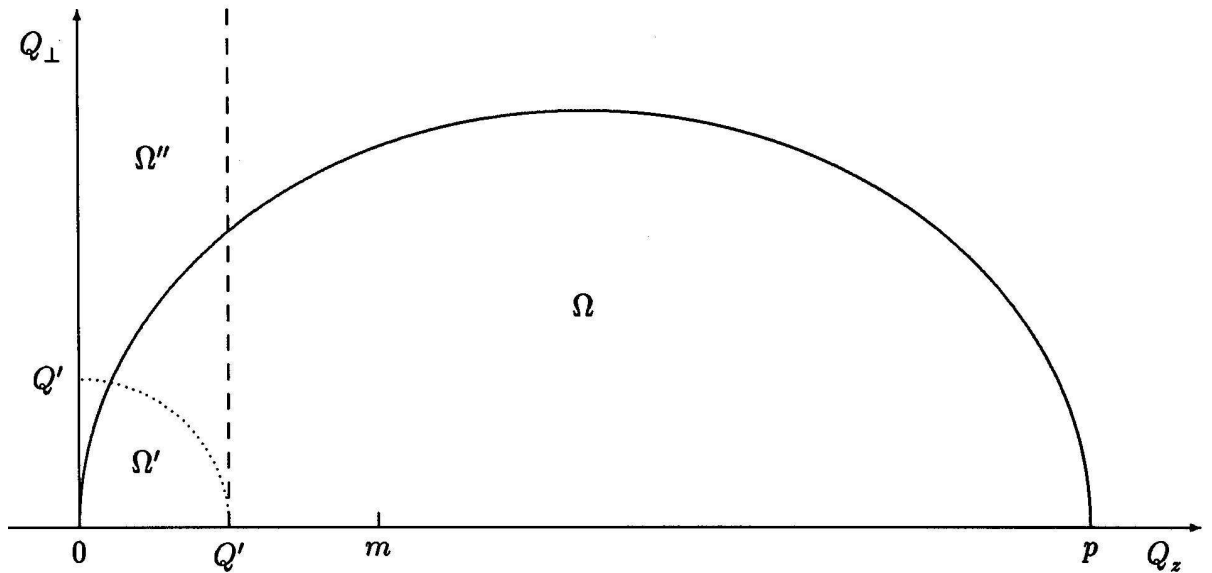


Рисунок 3.6: Область интегрирования по переданному импульсу \mathbf{Q} в формуле (3.68)

области (например, направлен в заднюю полусферу). Поскольку мы изучаем рождение только кумулятивных протонов, то в амплитуде B нет особенности, так как в этом случае \mathbf{Q} никогда не равно \mathbf{k} . Более того, если мы сохраним следующий член в разложении пропагатора помеченного жирной точкой по параметрам малости (3.3), то тогда в знаменателях пропагаторов амплитуд A и B выражения \mathbf{k}^2 и $(\mathbf{Q} - \mathbf{k})^2$ получат положительные добавки имеющие порядок $m\epsilon$.

Отсутствие сингулярностей в амплитудах A и B очевидно и с физической точки зрения. Сингулярность в пропагаторе, помеченном жирной точкой, отвечает массовой оболочке. Но в диаграммах a и b на рис. 3.1 этот пропагатор не может находиться на массовой оболочке, поскольку это означало бы спонтанный развал ядра-мишени на свободные нуклоны, что запрещено кинематикой.

С амплитудами C и D ситуация иная. Эти амплитуды имеют особенности в области интегрирования по \mathbf{Q} , когда знаменатель пропагатора, помеченного на рис. 3.1 жирной точкой, обращается в нуль. Положение этой сингулярности:

$$\mathbf{Q}\mathbf{k} = \mathbf{k}^2 \iff \frac{\mathbf{Q}^2}{2m} = \frac{\mathbf{k}^2}{2m} + \frac{(\mathbf{Q} - \mathbf{k})^2}{2m} \quad (3.66)$$

свидетельствует, что она соответствует перерассеянию нуклона, находящегося на массовой поверхности. Уравнение (3.66) представляет собой закон сохранения кинетической энергии в процессе упругого перерассеяние реального промежуточного нуклона на втором нуклоне ядра-мишени.

При вычислении сечения в подынтегральном выражении возникнут члены типа CC^* и подобные им и интеграл по \mathbf{Q} разойдется. Физиче-

ски, эта расходимость отражает тот простой факт, что промежуточный нуклон, близкий к массовой оболочке, может проходить значительные (порядка среднего расстояния между нуклонами ядра) расстояния до момента второго взаимодействия. Для того, чтобы устранить эту расходимость, необходимо в пропагаторе перерассеивающегося нуклона удерживать, отброшенные ранее, малые ядерные импульсы. Как это делается практически, подробно описано в предыдущем разделе 3.2 [280].

Используя полученные там результаты, мы получаем следующее выражение для суммарного (с учетом взаимной интерференции!) вклада всех амплитуд, отвечающим диаграммам на рис. 3.1, в сечение рождения кумулятивных протонов:

$$\sigma(\mathbf{k}) = \frac{E(\mathbf{k})}{A} \frac{d\sigma}{d\mathbf{k}}(hA \rightarrow pX) = A \left(\frac{m}{2\pi} \right)^3 (w_A \bar{J} + l_A \hat{J}), \quad (3.67)$$

где

$$\bar{J}\{\hat{J}\} = \int I_N(\mathbf{p}, \mathbf{Q}) \bar{W}(\mathbf{Q}, \mathbf{k}) \{\hat{W}(\mathbf{Q}, \mathbf{k})\} \frac{d\mathbf{Q}}{E(\mathbf{Q})}, \quad (3.68)$$

$$\bar{W}(\mathbf{Q}, \mathbf{k}) = \frac{1}{2}(S^2 + S^{*2}), \quad S = A + B + C + D, \quad (3.69)$$

$$\hat{W}(\mathbf{Q}, \mathbf{k}) = \frac{[v(\mathbf{k}) + v(\mathbf{Q} - \mathbf{k})]^2}{|\mathbf{Q}|} \delta(\mathbf{Q}\mathbf{k} - \mathbf{k}^2), \quad (3.70)$$

$$w_A = \int \rho_A(\mathbf{r}, \mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (3.71)$$

$$l_A = \pi \int \rho_A((z_1, \mathbf{r}_\perp), (z_2, \mathbf{r}_\perp)) dz_1 dz_2 d\mathbf{r}_\perp \quad (3.72)$$

(выражения для амплитуд $A - D$ см. в (3.65)). Для устранения расходимости мы использовали рецепт, выведенный в предыдущем разделе 3.2 [280]: после выделения сингулярного члена \hat{W} (3.70), в оставшейся части выражения для сечения \bar{W} (3.69) мы заменили $|S|^2$ на $\frac{1}{2}(S^2 + S^{*2})$.

В формуле (3.67) нам удалось разделить вклады в сечение рождения кумулятивных протонов от явлений, происходящих на малых и больших ядерных расстояниях. В член $w_A \bar{J}$, происходящий от малых расстояний, дают вклад все диаграммы на рис. 3.1. Этот член пропорционален вероятности возникновения двух-нуклонной корреляции в ядре w_A (3.71) [123, 126], т.е. вероятности обнаружения двух нуклонов ядра-мишени, взаимодействующих с налетающей частицей в тот момент, когда расстояние между ними мало - порядка размеров нуклона и, следовательно, много меньше характерных ядерных расстояний.

Член $l_A \hat{J}$ в формуле (3.67), происходящий от больших ядерных расстояний, отвечает сингулярности, возникающей в в пропагаторах (помеченных жирной точкой на рис. 3.1) только в диаграммах c и d , и описывает

вклад перерасеяния промежуточного нуклона. Этот член пропорционален l_A (3.72), т.е. вероятности обнаружить второй нуклон в ядре на линии движения промежуточного нуклона.

Таким образом диаграммы a и b на рис. 3.1 дают вклад, происходящий только от малых (порядка нуклонных) расстояний, а диаграммы c и d дают вклад, происходящий как от малых, так и от больших (порядка характерных ядерных) расстояний между нуклонами ядра-мишени.

3.3.2 Детали вычислений и используемые приближения

Интегрирование по \mathbf{Q} в формуле (3.68) производится по кинематической области Ω (см. рис. 3.6), где инклюзивное сечение I_N отлично от нуля. Можно выделить из этой области подобласть Ω' в окрестности начала координат, где можно использовать нерелятивистское приближение: $|\mathbf{Q}| \leq Q' \ll m$. Тогда можно разбить все интегралы в формуле (3.68) на две части:

$$\bar{J} = \bar{J}' + \bar{J}_0, \quad \hat{J} = \hat{J}' + \hat{J}_0, \quad (3.73)$$

где

$$\bar{J}'\{\hat{J}'\} = \int_{\Omega'} I_N \bar{W}\{\hat{W}\} d\mu, \quad (3.74)$$

$$\bar{J}_0\{\hat{J}_0\} = \int_{\Omega/\Omega'} I_N \bar{W}\{\hat{W}\} d\mu. \quad (3.75)$$

Здесь мы ввели сокращенное обозначение: $d\mu = d\mathbf{Q}/E(\mathbf{Q})$. Как можно видеть из формул (3.65), вклады всех амплитуд на рис. 3.1 в подинтегральное выражение быстро убывают с увеличением импульса \mathbf{Q} , за исключением вклада амплитуды A , который вообще не зависит от \mathbf{Q} . Поэтому в области больших импульсов (Ω/Ω') можно пренебречь всеми амплитудами по сравнению с A . Тогда, принимая во внимание (3.65) и (3.69), находим:

$$\begin{aligned} \bar{J}_0 &= A^2 \int_{\Omega/\Omega'} I_N d\mu = \\ &= A^2 \left(\int_{\Omega} I_N d\mu - \int_{\Omega'} I_N d\mu \right) = A^2 \left(\sigma^t \langle n_N \rangle - \int_{\Omega'} I_N d\mu \right), \quad (3.76) \\ \hat{J}_0 &= 0 \end{aligned}$$

где σ^t и $\langle n_N \rangle$ - полное сечение и средняя множественность нуклонов для hN -взаимодействия. Учитывая это, имеем вместо (3.67):

$$\sigma(\mathbf{k}) = Aw_A \left(\frac{m}{2\pi} \right)^3 (\bar{J}' + \bar{J}_0 + \kappa \hat{J}'), \quad (3.77)$$

где мы еще ввели обозначение $\kappa = l_A/w_A$ (см. (3.71) и (3.72)).

В формуле (3.77) вклад от малых расстояний \bar{J} в сечение рождения ку-мулятивных протонов состоит из двух частей: \bar{J}' и \bar{J}_0 . Интеграл \bar{J}' (3.74) описывает вклад всех механизмов соответствующих диаграммам $a-d$ на рис. 3.1 с учетом их взаимной интерференции, и происходящих от интегрирования по нерелятивистской области Ω' (см. рис. 3.6). Интеграл \bar{J}_0 (3.76) дает вклад спектаторного механизма (see рис. 3.1a), происходящий от области больших импульсов \mathbf{Q} (Ω/Ω'). Интеграл \hat{J}' (3.74) описывает вклад от процесса перерассеяния на больших расстояниях в диаграммах c и d на рис. 3.1. Преимуществом представления (3.77) является то, что во всех, входящих в него интегралах, интегрирование по \mathbf{Q} выполняется по области Ω' , где применимо нерелятивистское приближение.

Нерелятивистское ограничение на поперечные компоненты импульса $|\mathbf{Q}_\perp| \ll m$ не играет важной роли, поскольку сечение $I_N(\mathbf{p}, \mathbf{Q})$ рождения нуклонов с большими \mathbf{Q}_\perp в реакции (3.4) экспоненциально мало (см. ниже формулы (3.79) и (3.82)). Основную роль играет нерелятивистское ограничение на продольную компоненту импульса Q_z : $Q_z \leq Q' \ll m$ (мы направили ось z вдоль импульса \mathbf{p}). Поэтому мы вправе использовать нерелятивистские формулы даже, если мы формально распространим область интегрирования Ω' по \mathbf{Q}_\perp до бесконечности ($\Omega' \rightarrow \Omega''$, см. рис. 3.6):

$$-\infty < Q_x \{Q_y\} < +\infty, \quad 0 \leq Q_z \leq Q' \ll m. \quad (3.78)$$

Здесь значение Q' должно быть достаточно большим, чтобы обеспечить доминирование амплитуды A в области Ω/Ω' . Только при выполнении этого условия результат не будет зависеть от выбора Q' .

Для случая, когда налетающим адроном является протон высоких энергий, мы использовали следующее приближение для инклюзивного сечения I_N :

$$I_N(\mathbf{p}, \mathbf{Q}) = I_0(p) \theta(1 - |x|) (1 - |\bar{x}|)^{-1 + \mathbf{Q}_\perp^2/m^2} e^{(-\xi \sqrt{\mathbf{Q}_\perp^2 + m^2})}, \quad (3.79)$$

$$I_0(p) = 4,55 \cdot 10^{-2} [\text{GeV}^{-2}] \sigma_0 \ln^{-1}(0,101 \ln(p[\text{GeV}]) + 0,985). \quad (3.80)$$

Здесь $x = Q_z^*/Q_{z\text{max}}^*$ - фейнмановская переменная для инклюзивного процесса $NN \rightarrow NX$; Q_z^* и $Q_{z\text{max}}^*$ - продольный импульс и максимальный продольный импульс рожденного нуклона в системе центра масс этого процесса. $\bar{x} = Q_z^*/2\sqrt{s}$, где $s = 2m(m + \sqrt{p^2 + m^2})$ - инвариантная энергетическая переменная процесса. θ - ступенчатая θ -функция. Условие $|x| < 1$ определяет кинематическую область Ω на рис. 3.6. Заметим, что всегда $|\bar{x}| < |x|$ и $\bar{x} \rightarrow x$ при $p \rightarrow \infty$.

Зависимость I_0 от p (3.80) выбрана так, чтобы выполнялось нормиро-

точное условие при $p > 5\text{GeV}/c$:

$$\sigma^t \langle n_p \rangle = \int_{\Omega} I_N d\mu = \sigma_0, \quad (3.81)$$

где σ^t и $\langle n_p \rangle$ есть полное сечение и средняя множественность протонов в pp-рассеянии. Эта параметризация (3.79) хорошо фитирует экспериментальные данные для реакции $pp \rightarrow pX$ при начальных энергиях 12 и 24 GeV/c [155].

В области Ω для нерелятивистских \mathbf{Q} формула (3.79) сводится к

$$I_N(\mathbf{p}, \mathbf{Q}) = I_0(p) \theta(Q_z) \nu^{-1} \exp(-\rho \mathbf{Q}_{\perp}^2), \quad (3.82)$$

$$\rho = \xi/2m = 3,96 - 1,14 \ln \nu,$$

где $\nu = 1 - |\bar{x}| = Q_z/m + m/p$.

Для NN -потенциала v мы использовали простое гауссово приближение:

$$v(\mathbf{k}) = v_0 \exp(-\gamma \mathbf{k}^2). \quad (3.83)$$

Мы также предполагаем факторизацию двух-нуклонной плотности распределения (3.64) для ядра-мишени

$$\rho_A(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \rho_A(\mathbf{r}_1) \rho_A(\mathbf{r}_2) \quad (3.84)$$

и используем приближение прямоугольной ямы для $\rho_A(\mathbf{r})$.

Чтобы учесть тот факт, что в случае перерасеяния на больших ядерных расстояниях промежуточный нуклон движется внутри ядра, мы также ввели экспоненциальное обрезание с характеристической длиной порядка среднего расстояния между нуклонами ядра: $r_0 = 1,3 \text{ fm}$. С учетом этого мы находим: $\kappa = \frac{3}{2}\pi r_0 \approx 6 \text{ fm}$.

При этих допущениях численное вычисление интегралов \hat{J}' и \bar{J}_0 в формуле (3.77) не представляет труда (см. формулы (3.70), (3.74) и (3.76)). Некоторые трудности возникают лишь при вычислении интеграла \bar{J}' в (3.77). После выделения сингулярной части (3.70), этот интеграл конечен, что следует из формул (3.65), (3.69) и (3.74), но он не удобен для прямых численных расчетов, поскольку для его нахождения необходимо вычислять пределы, отвечающие добавкам $-i0$ в знаменателях амплитуд C и D в (3.65). В предыдущем разделе 3.2 [280] мы показали, что если преобразовать интеграл такого типа, делая необходимые вычисления (см. формулу (3.62), формула (62) в [280]), то эту трудность можно преодолеть. В результате для этого интеграла мы находим:

$$\bar{J}' = I_0(p) v_0^2 \int_0^{Q'} \frac{dQ_z}{\nu} \int_{-\infty}^{+\infty} dQ_y e^{-\rho Q_y^2} \int_{-\infty}^{+\infty} du \frac{[F(u) - F(0) - F'(0)u]}{u^2}. \quad (3.85)$$

Напомним, что ось z направлена вдоль \mathbf{p} . Если мы еще выберем ось x так, чтобы она лежала в плоскости (\mathbf{p}, \mathbf{k}) , то тогда мы будем иметь:

$$u \equiv (\mathbf{Q} - \mathbf{k})\mathbf{k} = Q_x k_\perp + Q_z k_z - \mathbf{k}^2 \quad (3.86)$$

$$F(u) = e^{-\rho Q_x^2} [(A + B + C + D)u]^2 / [k_\perp E(\mathbf{Q})] \quad (3.87)$$

Используя выражение (3.86) мы заменили в формуле (3.85) интегрирование по Q_x интегрированием по u , поэтому в формуле (3.87) мы должны считать Q_x функцией переменной u . Представление (3.85)-(3.87) для интеграла \bar{J}' удобно для численных расчетов тем, что теперь можно отбросить добавки $-i0$ в знаменателях амплитуд C и D (3.65), поскольку эти амплитуды входят в формулу (3.87) умноженными на u . Отметим также, что интеграл \bar{J}' (3.85) является трехкратным, а интеграл \hat{J}' - двукратным, благодаря присутствию δ -функции в подынтегральном выражении (см. формулу (3.70)).

3.3.3 Обсуждение и сравнение с экспериментом

Результаты численных расчетов для инклюзивного сечения рождения кумулятивных протонов в реакции (3.1) по формуле (3.77) для углов 90° , 120° и 160° показаны сплошными линиями на рис. 3.7, 3.8 и 3.9 соответственно, где $T = E(\mathbf{k}) - m$ - кинетическая энергия кумулятивного протона. Поскольку основной целью данного рассмотрения является сравнение величины вкладов различных механизмов в процесс рождения кумулятивных протонов с учетом их взаимной интерференции, то на этих рисунках мы также представили отдельно вклады различных механизмов.

Так, знаками \diamond представлен вклад механизма перерассеяния (диаграммы c и d на рис. 3.1), включая вклад (\triangleleft) от перерассеяния на больших ядерных расстояниях (\hat{J}' , формулы (3.70) и (3.74)). Заметим, что для нахождения той части вклада диаграмм c и d , которая происходит от малых (нуклонных) расстояний, были проделаны дополнительные вычисления по формулам (3.69) и (3.74), но с опусканием амплитуд A и B . Знаками \bullet на рис. 3.7, 3.8 и 3.9 показан вклад прямого механизма (см. диаграмму на рис. 3.1b). Для вычисления этого вклада, мы сохранили только амплитуду B в формуле (3.69). Знаками $*$ на рис. 3.7, 3.8 и 3.9 представлен вклад спектаторного механизма (см. диаграмму на рис. 3.1a), включая вклад (\star), происходящий от интегрирования по области Ω/Ω' больших импульсов \mathbf{Q} (см. рис. 3.6 и формулу (3.76) для \bar{J}_0).

Из рис. 3.7 мы видим, что рождение низко-энергетических протонов ($T < 160$ MeV) при 90° происходит в основном за счет механизма перерассеяния (\diamond), причем главный вклад происходит от перерассеяния на

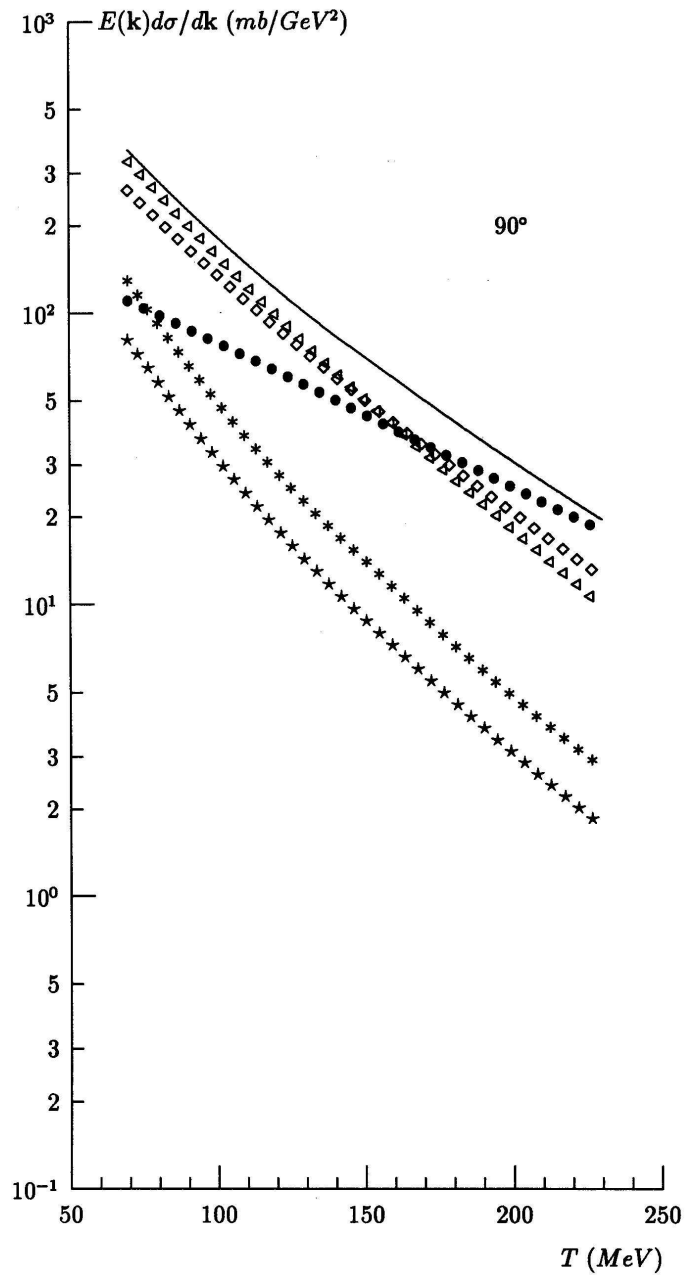


Рисунок 3.7: Сравнение вкладов различных механизмов в рождение кумулятивных протонов на угол 90° : * - полный вклад спектаторного механизма (рис. 3.1a), \star - часть вклада спектаторного механизма происходящая от интегрирования по области Ω/Ω' больших импульсов \mathbf{Q} промежуточного нуклона (см. рис. 3.6 и формулу (3.76) для \bar{J}_0), \bullet - вклад прямого механизма (рис. 3.1b), \diamond - полный вклад механизма перерассеяния нуклона (взаимодействия в конечном состоянии, рис. 3.1c и 3.1d), \triangleleft - часть вклада механизма перерассеяния от перерассеяния на больших ядерных расстояниях (возникает из-за сингулярности в пропагаторах помеченных точкой в диаграммах *c* и *d* на рис. 3.1). Сплошная кривая - суммарный вклад всех механизмов, вычисленный с учетом их взаимной интерференции. T - кинетическая энергия кумулятивного протона

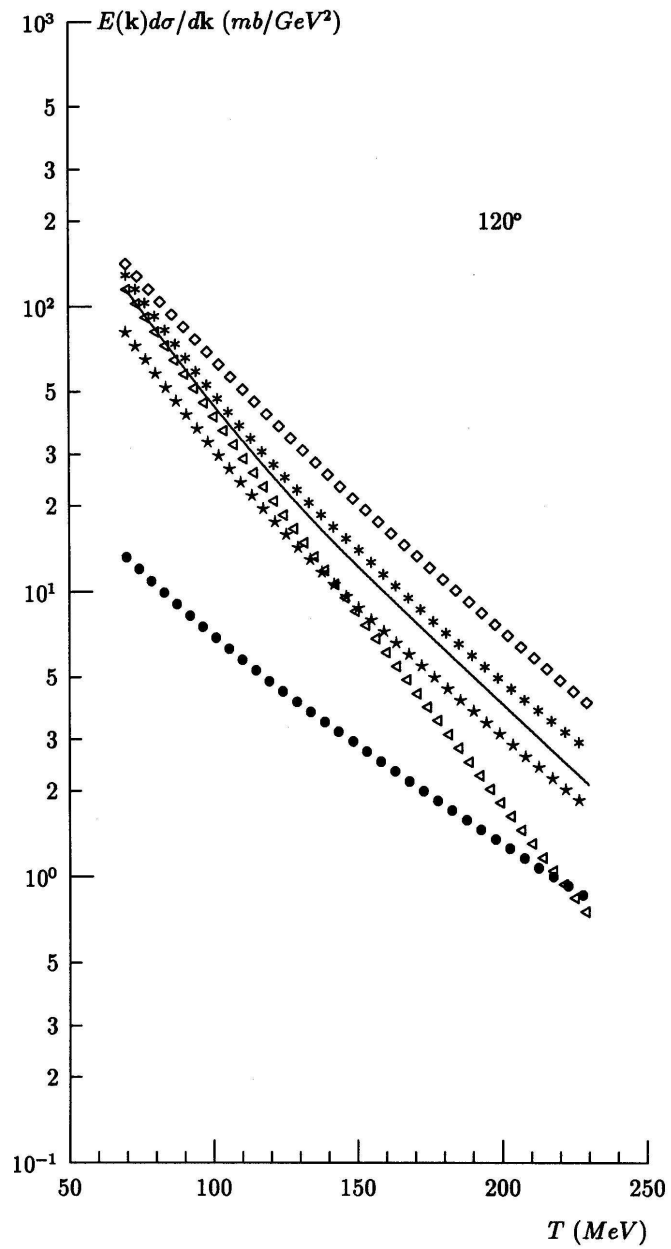


Рисунок 3.8: То же, что на рис. 3.7, но для рождения на угол 120°

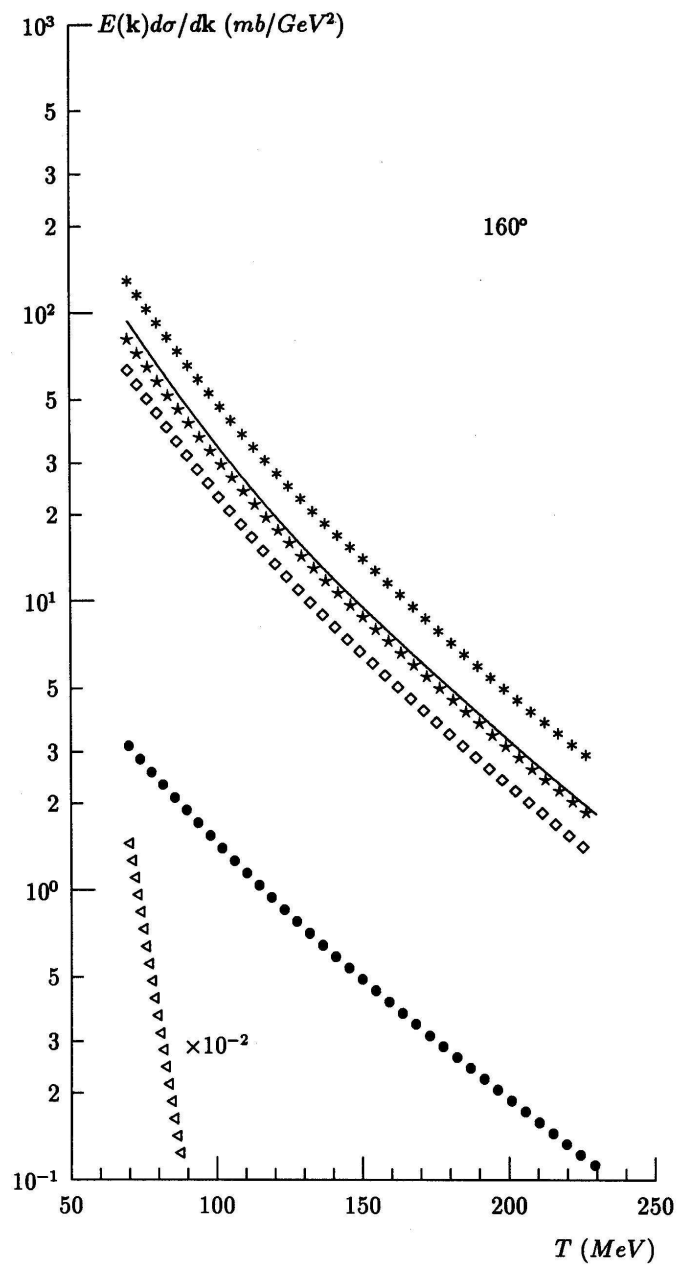


Рисунок 3.9: То же, что на рис. 3.7, но для рождения на угол 160°

больших ядерных расстояниях (\triangleleft). В рождении же протонов с большей энергией ($T > 160 \text{ MeV}$) начинает доминировать прямой механизм (\bullet). Вклад же спектаторного механизма (\ast) для этого угла вылета является незначительным.

Для рождения на угол 160° (вблизи направления назад) ситуация совершенно иная (см. рис. 3.9). Прежде всего мы видим, что процесс перерассеяния на больших ядерных расстояниях (\triangleleft) практически не дает вклада при этом угле. Это простое следствие кинематики. Известно, что процесс перерассеяния нуклона на массовой оболочке может давать вклад в рождение кумулятивных протонов при любых углах их вылета за исключением углов близких к 180° [105, 106]. Вклад прямого механизма (\bullet) также мал при этом угле. Главный вклад в рождение кумулятивных протонов при 160° дает спектаторный механизм (\ast) и перерассеяние (взаимодействие в конечном состоянии) на малых (нуклонных) расстояниях (\diamond). (Поскольку, как мы уже знаем, вклад от перерассеяния на больших ядерных расстояниях (\triangleleft) при этом угле вылета пренебрежимо мал, то суммарный вклад от перерассеяния (\diamond) содержит только вклад от перерассеяния на малых расстояниях.)

Имеет место интересный интерференционный эффект для случая рождения кумулятивных протонов на большие углы. Как можно видеть из рис. 3.9, суммарный вклад всех механизмов (сплошная линия) практически совпадает с вкладом той части спектаторного механизма (\bar{J}_0 , формула (3.76)), которая происходит от области Ω/Ω' больших \mathbf{Q} (\ast). Это означает, что часть вклада спектаторного механизма, происходящая от нерелятивистской области Ω' полностью сокращается вкладом перерассеяния на малых расстояниях (\diamond), т.е. за счет взаимодействия в конечном состоянии.

Причина этих сокращений такова. При больших углах, когда импульс \mathbf{k} направлен назад ($\mathbf{k} \downarrow \uparrow \mathbf{p}$), главный вклад в интеграл \bar{J}' (3.74) происходит от области интегрирования по \mathbf{Q} , где $\mathbf{Q}\mathbf{k} \ll \mathbf{k}^2$ и $|\mathbf{Q}| \simeq |\mathbf{k}|$. В этой области, как видно из формул (3.65): $A \approx -C$, а величина амплитуд B и D гораздо меньше величины амплитуд A и C , из-за присутствия дополнительного множителя $\exp(-\gamma\mathbf{Q}^2)$ в выражении для NN -потенциала $v(\mathbf{Q}-\mathbf{k})$ в этом случае.

Мы еще раз хотели бы обратить внимание на тот факт, что суммарное сечение рождения кумулятивных протонов (сплошные кривые на рис. 3.7-3.9) не есть простая сумма сечений различных механизмов, поскольку имеет место интерференция амплитуд, отвечающих этим механизмам (см. формулу (3.79)).

Для промежуточного угла 120° (см. рис. 3.8) ситуация не столь про-

зрачна как для 90° и 160° , потому что все механизмы за исключением прямого вносят заметный вклад.

На рис. 3.10 и 3.11 представлено сравнение с экспериментальными данными [131, 156] для случая рождения кумулятивных протонов на углы 89° , 119° and 160° из ядер C и Cu при начальном импульсе $p = 9 \text{ GeV}/c$. Параметры NN -потенциала (3.83) v_0 и γ были выбраны из соответствия с экспериментальными данными. Мы видим, что неплохое согласие за исключением результатов для угла 120° . Можно предположить, основываясь на графиках на рис. 3.10 и 3.11, что при этом угле существенен еще какой-то дополнительный вклад от процесса, который не был учтен. Очень возможно, что этот дополнительный вклад возникает благодаря процессу перерассеянию пиона, учет которого, как мы видели в главе 1, был необходим для объяснения рождения кумулятивных протонов из дейтрона [271, 273]. К сожалению учет этого влияния от перерассеяния пиона выходит за рамки настоящего подхода, основанного на использовании NN -потенциала.

Как мы уже упоминали в главе 2, в работе [123] было показано, что для того, чтобы получить правильную A -зависимость сечений рождения, необходимо при вычислении w_A использовать более точное приближение Вудса-Саксона для ядерной плотности $\rho_A(\mathbf{r})$, вместо приближения сферической прямоугольной ямы. В этом случае $E(\mathbf{k})d\sigma/d\mathbf{k} = A\sigma(\mathbf{k}) \sim A^2 w_A \sim A^{1+\Delta}$, где $\Delta \simeq 0,15$ для ядер тяжелее меди и $\Delta \simeq 0,3$ для более легких ядер. Видим, что это находится в согласии с представленными на рис. 3.10 и 3.11 экспериментальными данными: $(A_{\text{Cu}}/A_{\text{C}})^{1,3} \approx 9$.

В заключение отметим, что позднее [299] развитый в этой главе подход был применен нами для описания рождения кумулятивных протонов в процессах глубоко-неупругого рассеяния лептонов на ядрах.

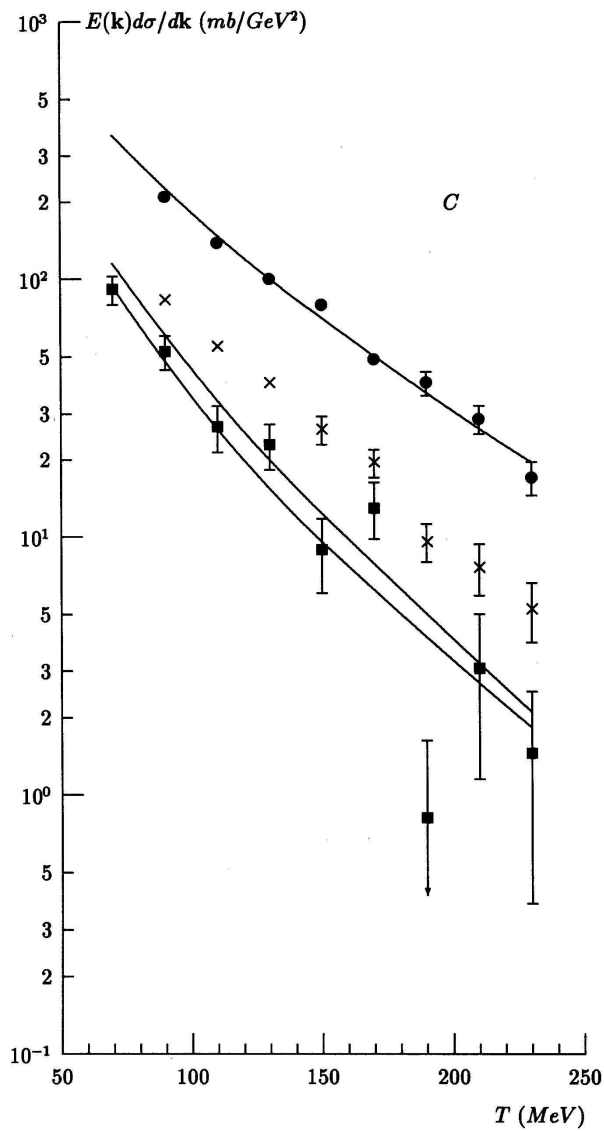


Рисунок 3.10: Сравнение рассчитанных сечений (сплошные кривые) с экспериментальными данными по рождению кумулятивных протонов на углы 89° , 119° и 160° на ядрах углерода при начальном импульсе $p = 9 \text{ GeV}/c$ [131, 156]

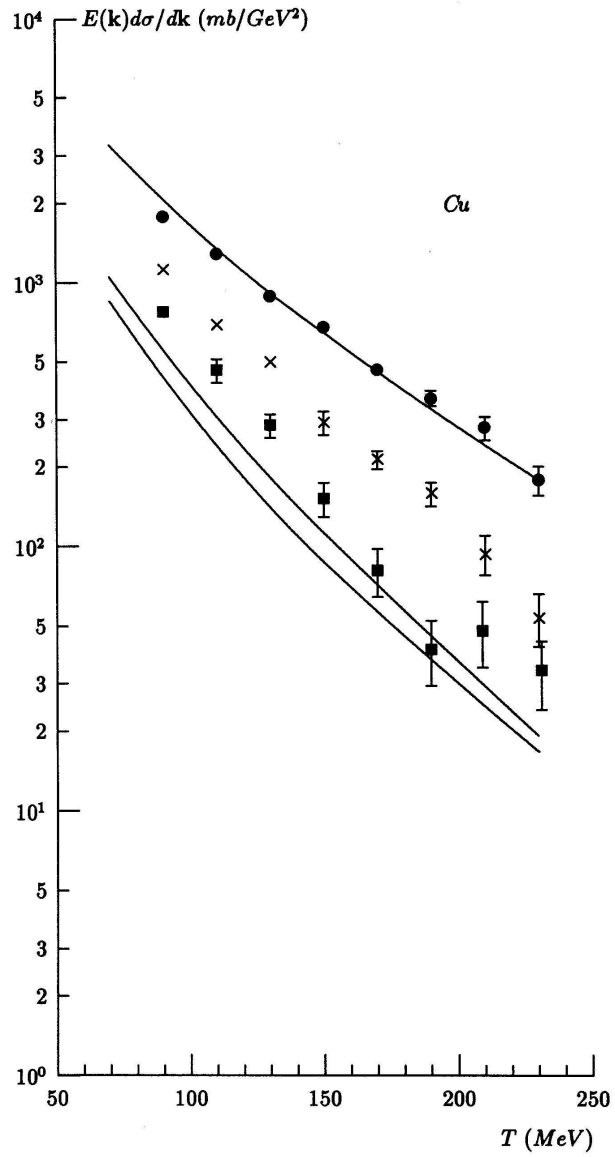


Рисунок 3.11: То же, что на рис. 3.10, но для рождения на ядрах меди