

Глава 4

Кварк-партонная модель кумулятивных явлений

В этой главе предложено микроскопическое (на кварковом уровне) описание кумулятивных явлений на основе вычислений в рамках теории возмущений соответствующих кварковых диаграмм вблизи порогов. Для суммирования всех диаграмм такого типа разработана специальная техника, основанная на использовании рекуррентных соотношений. Найдено, что в целом x -зависимость ядерной структурной функции в кумулятивной области $x > 1$ является экспоненциальной, причем наклон экспоненты задается эффективной константой, зависящей от константы связи КХД и массы конституэнтного кварка (параметра инфракрасного обрезания).

Детально изучены два механизма образования кумулятивных частиц — прямой и спектаторный. Показано, что из-за взаимодействий в конечном состоянии главные члены во вкладе прямого механизма взаимно сокращаются и спектаторный механизма является доминирующим. Показано также, что вклад спектаторного механизма в рождение кумулятивных частиц отвечает множественным взаимодействиям мягких кварков ядра с налетающим на него адроном, причем число взаимодействий растет с ростом кумулятивности. Это в результате ведет к меньшей величине наклона спектров рождения частиц по сравнению с наклоном ядерной структурной функции в кумулятивной области в согласии с экспериментальными данными.

В последнем разделе главы в рамках предложенной модели исследуется зависимость вероятности образования кумулятивных пионов от их поперечного импульса. Найдено, что среднее значение их поперечного импульса растет с ростом x в кумулятивной области. Сравнение результатов этих расчетов с имеющимися экспериментальными данными позволяет получить дополнительные аргументы в пользу нашей модели, а также оценить величину одного из двух параметров модели (инфракрас-

ного обрезания).

Изложение в этой главе основано на работах [283]-[292],[295].

4.1 Кварк-партонная модель глубоко неупругого рассеяния на ядре в кумулятивной области

Этот раздел посвящен нахождению ядерной структурной функции в кумулятивной области $x > 1$ на основе вычислений в рамках теории возмущений соответствующих кварковых диаграмм вблизи порогов. Кроме реального порога $x = A$, на котором $3A - 1$ валентных кварка становятся мягкими, учитываются также все промежуточные пороги с $p < 3A - 1$ мягкими кварками. Найдено, что в целом x -зависимость структурной функции является экспоненциальной, причем наклон экспоненты задается эффективной константой, зависящей от константы связи КХД и массы конституэнтного кварка (параметра инфракрасного обрезания).

4.1.1 Нуклонные и кварковые степени свободы в ядрах

Кумулятивный эффект во взаимодействиях с ядрами при высоких энергиях относится к кинематической области, запрещенной для аналогичной реакции, когда мишенью служит нуклон, а не ядро. Поэтому для процесса глубоко неупругого рассеяния лептона на ядре (lA) естественно определить кумулятивную область как область, где $1 < x < A$. Здесь $x = -q^2/2qp$ - бьеркеновская скейлинговая переменная, для отдельного lN взаимодействия. Как известно из кинематики, для процесса глубоко неупругого рассеяния лептона на нуклонной мишени (lN) ее значение заключено в пределах $0 < x < 1$.

Это определение аналогично определению кумулятивной области, которое мы использовали для случае рождения частиц. Там (в системе отсчета, связанной с быстро движущимся ядром) она определяется таким же образом ($1 < x < A$) в терминах фейнмановской скейлинговой переменной $x \simeq k_z/p_z$, где x - уносимая рожденной частицей доля продольного импульса, приходящегося на один нуклон ядра. Кумулятивная частица уносит импульс k_z больше, чем импульс p_z , приходящийся на один нуклон ускоренного ядра.

Как мы убедились в предыдущих главах, кумулятивный эффект может иметь два принципиально различных источника, отличающихся расстояниями, на которых протекает процесс образования кумулятивной частицы. Во-первых, возможен вклад от больших расстояний - многократное рассеяние внутри ядра, когда адронный снаряд испытывает не-

сколько последовательных столкновений с нуклонами ядра, в результате чего в последнем столкновении становится возможным рождение частицы в области, кинематически недоступной при рассеянии на одиночном свободном нуклоне [104, 105, 106, 142, 265, 280, 281].

Этот процесс имеет характерный масштаб - порядка среднего расстояния между нуклонами ядра. При очень высоких начальных энергиях перерассеяние также может иметь место, несмотря на необходимость учета времени формирования промежуточной частицы, растущего с ее импульсом. Как мы видели в предыдущих главах, для рождения кумулятивной частиц, вылетающей назад в системе покоя ядра, существенен вклад только медленных промежуточных частиц, образующихся в столкновении с первым нуклоном ядра, на перерассеянии которых эффект времени формирования не накладывает ограничений.

Другим источником кумулятивных частиц могут являться процессы, протекающие на малых расстояниях - много меньших характерных ядерных расстояний - и возможные лишь при наличии в ядре конфигураций необычно высокой плотности ("флуктоны" [3]), когда, например, два или более нуклонов оказываются в одной точке ядра. При этом можно предполагать, что флуктоны либо всегда существуют уже в начальном ядре ("холодные" модели [40]–[46],[157]), либо формируются только в процессе столкновения ("горячие" модели [159, 160]). В обоих случаях можно думать, что они подобны каплям кварк-глюонной плазмы.

Поэтому, в принципе, можно надеяться, что изучая кумулятивные явления, можно получить информацию об этих необычных состояниях ядерной материи. Конечно, вероятности соответствующих процессов малы и быстро падают с ростом x при $x > 1$. Но, с другой стороны, наблюдение кумулятивных явлений не требуют особенно больших начальных энергий. Выход на скейлинговый режим происходит уже при начальных энергиях порядка нескольких десятков ГэВ, однако, для регистрации малых сечений рождения кумулятивных частиц эти ускорители должны обладать достаточно высокой светимостью. Отметим также отсутствие в кумулятивной области фона от основной массы событий, происходящих на одном из нуклонов ядра, что следует из самого определения кумулятивного процесса.

В теоретическом плане изучение кумулятивного эффекта было сконцентрировано главным образом на следующих двух аспектах. Во-первых, в ряде работ [104, 105, 106, 142, 265, 271, 273, 280, 281]. было проведено сравнение относительной роли вклада перерассеяния и вклада процессов, протекающих на малых расстояниях (см. главы 1 и 3). Результат, в самом общем виде, можно сформулировать следующим образом: эффекты

перерассеяния не дают существенного вклада при большой степени кумулятивности и небольших поперечных импульсах рожденных частиц. При небольшой степени кумулятивности и больших поперечных импульсах их вклад может становиться существенным и даже доминировать в определенных кинематических областях в некоторых выделенных реакциях [265, 271, 273].

Во-вторых, в литературе обсуждалось, возможно ли описание кумулятивных явлений целиком только на нуклонном уровне без обращения к кваркам. Так, в работе [43] было показано, что результаты полученные с помощью правил кваркового счета [35, 36, 37], могут также быть получены на языке эффективных нуклонных степеней свободы при условии, что поведение амплитуды нуклон-нуклонного рассеяния будет соответствовать эмпирически наблюдаемому падению при больших переданных импульсах и что подходящим образом будет выбрана релятивистская волновая функция ядра. В рамках такого подхода удалось получить хорошее описание [44] структурной функции дейтрона при промежуточных значениях Q^2 . Видимо, возможно также, на нуклонном языке, описать и рождение частиц в кумулятивной области (см., например, обзор [126]).

Однако, в таком подходе согласие с экспериментом достигается ценой введения специального релятивистского обобщения ядерной волновой функции, выбираемого так, чтобы описать экспериментальные данные. Такая процедура едва ли может быть оправдана с теоретической точки зрения: как только мы признаем составную природу нуклонов, ядерная волновая функция в их терминах уже не может существовать в конфигурациях, когда два или больше нуклонов перекрываются, а это как раз и происходит в случае кумулятивных явлений.

Поэтому адекватное описание кумулятивного эффекта требует перехода на кварковый язык [40, 41, 45, 47, 51, 157, 158]. Так в работе [157] было предложено феноменологическое описание кумулятивных явлений, основанное на ядерных кварковых распределениях и уравнениях эволюции КХД. При этом использовалось специальное соотношение между структурными функциями и вероятностями рождения частиц, основанное скорее на нуклонной (или флуиктонной) картине ядра, чем на кварковой. В работе [158] было предложено полуфеноменологическое объяснение разницы наклонов структурной функции ядра и спектров рождения частиц в кумулятивной области (см. ниже раздел 4.4) на основе модели, в которой постулировалось существование и свойства многокварковых кластеров в ядрах, а для расчета сечений выхода частиц использовался формализм модели кварк-глюонных струн [86, 87].

В рамках кварковой картины адронов, были предложены известные

правила кваркового счета [35, 36, 37, 44], которые, в частности, описывают пороговое поведение структурных функций. В [37] было подчеркнуто, что эти правила также применимы и к ядрам вблизи порога с максимальной степенью кумулятивности $x \rightarrow A$. В работах [161, 162] отмечалось, что в кумулятивные явления могут давать вклад специфические процессы, описываемый, так называемыми, "собственными" (intrinsic) диаграммами, в которых жесткая компонента волновой функции ядра возникает в результате взаимодействия нескольких партонов ядра.

Однако, одни только правила кваркового счета сами по себе не позволяют находить структурную функцию ядра и вероятности образования частиц в кумулятивной области. Они позволяют вычислять только показатель степени, определяющий поведение амплитуды вблизи данного порога. Чтобы вычислить саму структурную функцию ядра кумулятивной области или вероятности образования кумулятивных частиц, необходимо также знать коэффициенты перед этими множителями, определяющими степенное поведение амплитуд. Эти коэффициенты определяют относительные веса, с которыми различные вклады складываются при вычислении полной вероятности. Именно эти коэффициенты вычисляются в этой главе [283]-[292]. Анализируя кумулятивные явления на кварковом языке, мы собираем вклады от всех диаграмм на всех порогах по x . В результате, мы получаем формулы для структурной функции ядра и выхода частиц в кумулятивной области при $x > 1$, которые допускают прямое сравнение с экспериментом.

4.1.2 Структурная функция ядра при $x > 1$

Рассмотрим сечение рассеяния виртуального γ -кванта на ядре в системе отсчета, где оно быстро движется вдоль оси z с продольным импульсом p_z на один нуклон.

В качестве разумного первого приближения, мы можем рассматривать ядро как систему состоящую из $N = 3A$ валентных кварков, каждый из которых который в среднем несет импульс равный одной трети импульса нуклона: $x_0 p_z$, $x_0 = 1/3$. Далее мы будем предполагать, что распределение по продольному импульсу кварка достаточно узкое, такое, чтобы везде, кроме волновой функции кварка, мы могли положить начальный продольный импульс кварка, равным его среднему значению $x_0 p_z$. Взаимодействие виртуального γ кванта с кварком, несущим импульс много больше, чем $x_0 p_z$, возможно только в том случае, если он предварительно уже провзаимодействовал с несколькими другими кварками ("донорами") и получил часть их продольного импульса.

Максимально возможное значение продольного импульса, накопленного таким образом равно импульсу ядра $Nx_0p_z = Ap_z$, что требует $N - 1$ взаимодействие со всеми другими кварками ядра, продольный импульс которых при этом становится равным нулю. Хорошо известно [162], что взаимодействия, обращающие импульс одного из быстрых кварков в нуль, можно рассматривать в рамках теории возмущений, т.к. они отвечают большим (отрицательным) квадратам переданных 4-х импульсов и являются жесткими. В силу этого мы можем ограничиться рассмотрением диаграмм с минимальным числом взаимодействий ($N - 1$) между кварками ядра.

Это обстоятельство неоднократно использовались в многочисленных вычислениях адронных структурных функций вблизи кинематического порога $x = 1$, которые, однако, показали, что окончательный результат очень сильно зависит от вида начального кваркового распределения в адроне (см., например, [163]). В случае ядра можно использовать ту же идею вычисления, при этом можно надеяться, что из-за значительно большего числа кварков в ядре, результаты окажутся менее чувствительны как к форме начального кваркового распределения по x , так и к особенностям его цветовой и спиновой структуры. С другой стороны в случае ядра число диаграмм, которые необходимо учесть, чрезвычайно возрастает. Их суммирование представляет главную техническую трудность в расчетах, связанных с ядром.

Мы будем рассматривать немного более общий случай, когда $p \leq N - 1$ кварков ядра в результате межкварковых взаимодействий замедляются, передавая весь свой продольный импульс активному кварку. Позже мы обсудим, в какой степени вклады с p меньше, чем $N - 1$ приложимы к описанию структурной функции ядра.

В рамках теории возмущений для амплитуды упругого γ -А рассеяния вперед мы имеем фейнмановские диаграммы типа изображенной на рис. 4.1. Изображенная диаграмма - только пример. Она содержит специфический набор межкварковых взаимодействий, в которых доноры последовательно передают свой импульс активному кварку, становясь мягкими (с импульсами k_1, \dots, k_p). Однако, другие варианты межкварковых взаимодействий также возможны: например, p доноров могут передавать свои импульсы последовательно друг другу, а последний донор затем передает весь накопленный импульс активному кварку.

Далее мы будем использовать переменные светового фронта $p_{\pm} = (p_0 \pm p_z)/\sqrt{2}$. Скейлинговая переменная для каждого импульса k определяется как $x = k_+/p_+ \simeq k_z/p_z$. Согласно нашему предположению, первоначально в ядре все $x_i \simeq x_0$ и распределение по x_i имеет максимум в этой точке. Им-

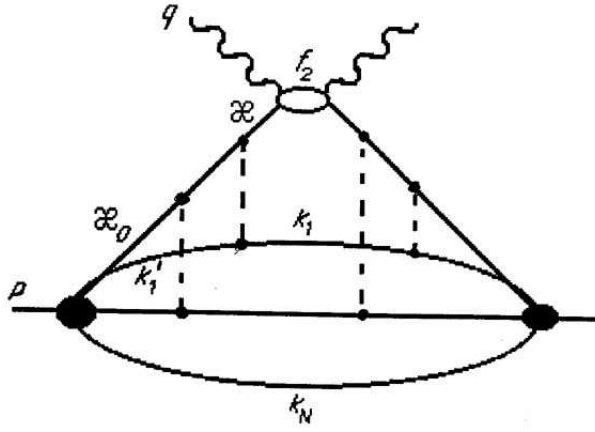


Рисунок 4.1: Амплитуда упругого рассеяния вперед виртуального γ -кванта на ядре с образованием p промежуточных мягких кварков, чья абсорбционная часть дает структурную функцию ядра в кумулятивной области. Пунктирными линиями показаны обмены глюонами.

пульс активного кварка мы будем обозначать через κ , а его скейлинговую переменную через $\xi = \kappa_+/p_+$. Очевидно, что после p обменов импульсами его максимальное значение может достигнуть $(p+1)x_0$. Верхний блок на рис. 4.1 представляет собой структурную функцию активного кварка. Мы будем также для простоты считать кварки скалярными частицы. Тогда вклад диаграммы на рис. 4.1 в структурную функцию ядра $F_2^{(A)}$ дается следующим выражением:

$$F_2^{(A)}(x, q^2) = \frac{1}{x_0} C_{N-1}^p \int \prod_{i=1}^{N-1} \frac{d^3 k_i}{(2\pi)^3 2k_{i+}} \xi f_2(x/\xi, q^2) \phi_L(k_i) \phi_R^*(k_i), \quad (4.1)$$

где f_2 кварковая структурная функция, $\xi = A - \sum x_i$, и $x = q^2/2qp$. Функции ϕ_L и ϕ_R соответствуют левой и правой части диаграммы и даются подобными выражениями. Для ϕ_L , например, мы имеем:

$$\phi_L(k_i) = \int \prod_{i=1}^p \frac{d^4 k'_i}{(2\pi)^4 i} \frac{V_i}{(m^2 - k_i'^2 - i0)(m^2 - \kappa_{i-1}^2 - i0)} \frac{\Gamma(k'_i)}{(m^2 - \kappa_p^2 - i0)}. \quad (4.2)$$

Здесь V_i соответствует i -тому межкварковому взаимодействию; Γ - вершина перехода ядра в кварки; m - масса кварка (фактически, инфракрасное обрезание). В (4.2) $\kappa_p = \kappa$ и $k'_i = k_i$ при $i > p$. Все конечные кварки от 1 до p мягкие, то есть $x_i \ll 1$ для $i \leq p$.

Теперь, мы сделаем некоторые предположения относительно структуры вершины Γ и взаимодействия V . Мы будем считать, что они не зависят от "энергий", то есть от минус компонент кварковых импульсов.

Для взаимодействия V это предположение может быть оправдано. Поскольку при образовании медленных кварков передачи импульса велики и применима теория возмущений, то в качестве V возьмем обмен одним

глюоном. Как мы убедимся ниже кварки, между которыми происходят эти жесткие обмены импульсом (активный кварк и доноры), принадлежат нуклонам, находящимся в одной точке ядра. Поэтому фактически речь идет об обмене импульсами между кварками внутри $3\bar{n}$ -кваркового мешка (\bar{n} -нуклонного флуктона), где $\bar{n} = [p/3] + 1$ (целая часть $p/3$ плюс один) - число нуклонов в кластере ($\bar{n} - 1 = [p/3]$ - степень кумулятивности, так называемое, кумулятивное число). Это оправдывает использование в низшем приближении теории возмущений одноглюонного обмена, который, конечно, неприменим для описания взаимодействия между кварками двух разных нуклонов с сохранением этих нуклонов в конечном состоянии как бесцветных объектов.

Выберем кулоновскую калибровку. Так как в результате обмена один из кварков становится мягким с малым x_i , то поперечная часть глюонного пропагатора оказывается подавлена [162], а доминирующая кулоновская часть зависит только от скейлинговых переменных участвующих кварков до (x'_1, x'_2) и после (x_1, x_2) взаимодействия. Тогда, в пренебрежении цветом имеем:

$$V = 4\pi\alpha(x_1 + x'_1)(x_2 + x'_2)/(x_1 - x'_1)^2 = 4\pi\alpha\tilde{V} \quad (4.3)$$

где α - константа взаимодействия. Этот же результат можно получить и в калибровке светового фронта. Чтобы хотя бы эффективно учесть цвет, мы усредним по цветовым переменным кварков, что приведет к возникновению дополнительного множителя $\sqrt{2}/3$ в (4.3).

Независимость вершины Γ от энергии - предположение, которое имеет прозрачную аналогию с нерелятивистским описанием ядра. Напомним, что минус компоненты импульсов малы, порядка $1/p_z$.

С Γ , независимой от k'_{i-} , и V , независимой как от k'_{i-} , так и от $k'_{i\perp}$, можно выполнить интегрирование по $k'_{i-}, k'_{i\perp}$ в (4.2). Введем кварковую волновую функцию ядра на световом-конусе в импульсном пространстве:

$$\psi(x_i, k_{i\perp}) = \frac{\Gamma(k_{i+}, k_{i\perp})}{x_0\sqrt{N}[\sum_{i=1}^N(m^2 - k_{i\perp}^2)/x_i - \mu^2]} \quad (4.4)$$

где $\mu^2 \equiv 2Ap_+p_- = M_A^2/A \simeq AM^2$ и M - масса нуклона. В приближении валентных кварков для ядра она нормирована согласно:

$$x_0 \int \prod_{i=1}^{N-1} \frac{dx_i d^2k_{i\perp} |\psi|^2}{2x_i(2\pi)^3 \xi} = 1 \quad (4.5)$$

где $\xi = Nx_0 - \sum x_i$ - скейлинговая переменная активного кварка. Тогда вместо (4.2), мы имеем:

$$\phi_L(k_i) = x_0\sqrt{N} \int \prod_{i=1}^p \frac{dx'_i d^2k'_{i\perp}}{2x'_i(2\pi)^3} \frac{V_i}{\xi_i(E'_i - E_0)} \psi(x'_i, k'_{i\perp}) \quad (4.6)$$

Здесь E'_i - "энергия" i -го промежуточного состояния (после i -го взаимодействия) в левой части диаграммы, а $E_0 = \mu^2$ - начальная "энергия". Так, для конкретной диаграммы на рис. 4.1,

$$E'_1 = \sum_{i=2}^N \frac{m^2 - k'_{i\perp 2}}{x'_i} + \frac{m^2 - k_{1\perp}^2}{x_1}, \quad E'_2 = \sum_{i=3}^N \frac{m^2 - k'_{i\perp 2}}{x'_i} + \sum_{i=1}^2 \frac{m^2 - k_{i\perp}^2}{x_i}$$

и так далее.

Теперь мы используем тот факт, что x_i малы. Тогда в энергиях E'_i вклад от мягких кварков в конечном состоянии доминируют, и мы можем пренебречь вкладами от промежуточных кварков. В результате энергии E'_i становятся независимыми от x'_i и $k'_{i\perp}$. После этого интегрирование по $k'_{i\perp}$ приводит к тому, что все начальные поперечные координаты b'_i доноров относительно активного кварка в волновой функции ядра обращаются в нуль. Наконец, чтобы теперь приближенно вычислить интеграл по x'_i вспомним, что мы предполагаем, что кварковое распределение в ядре имеет пик в районе средней точки $x'_i = x_0$. Поэтому мы положим $x'_i = x_0 = 1/3$ везде кроме волновой функции. Тогда, вместе с множителем ϕ_R , возникающем от правой части, вклад от волновой функции ядра отделяется в виде множителя

$$\begin{aligned} \rho_p &= \int \prod_{j=p+1}^{N-1} \frac{dx_j d^2 k_{j\perp}}{2x_j (2\pi)^3} \left| \int \prod_{i=1}^p \frac{dx_i d^2 k_{i\perp}}{2x_i (2\pi)^3} \psi(x_i, k_{i\perp}) \right|^2 = \\ &= \int \prod_{i=1}^p (dx_i dx'_i / 16\pi^2 x_i x'_i) \rho_p(x_i, b_i = 0; x'_i, b'_i = 0) \end{aligned} \quad (4.7)$$

где $\rho_p(x_i, b_i; x'_i, b'_i)$ - матрица плотности кварков-доноров в ядре в (x, b) -пространстве.

Оставшиеся в ϕ_L и ϕ_R^* множители дают:

$$N x_0^2 (32\pi^2 \alpha^2 / 9x_0^2)^p \xi^{-2} X_L X_R \prod_{i=1}^p (E'_i - E_0)^{-1} (E''_i - E_0)^{-1}, \quad (4.8)$$

где мы обозначили

$$X_L = x_0^p \prod_{i=1}^p \tilde{V}_i / \xi_{i-1} = x_0^{p-1} \prod_{i=1}^p \tilde{V}_i \prod_{i=1}^{p-1} \frac{1}{\xi_i} \quad (4.9)$$

для левой части диаграммы и аналогично X_R для правой. \tilde{V} определено в соответствии с (4.3). $X_{L,R}$ вычисляются при значениях переменных взятых непосредственно на пороге: до обменов импульсами все x_i и ξ_0 равны x_0 , после обменов $\xi_p \equiv \xi = (p+1)x_0$, а все x_i равны нулю ($i = 1, \dots, p$). $X_{L,R}$ представляют собой числа, которые зависят только от конкретного

набора межкварковых взаимодействий (т.е. от конкретного вида фейнмановской диаграммы) и не зависят ни от x_0 , ни от каких-либо других переменных. Их вычисление, в силу огромного, уже в первом порядке теории возмущений, числа диаграмм, представляет наибольшую проблему, решение которой изложено в следующем разделе 4.2.

Промежуточные энергии E'_i (E''_i для правой части диаграммы) зависят только от энергий мягких кварков. Если в какой-либо диаграмме кварки-доноры становятся мягкими в следующей последовательности: l_1, \dots, l_p , то

$$E'_i = \sum_{j=1}^i (m^2 - k_{l_j \perp}^2) / x_{l_j} \quad (4.10)$$

и аналогично для E''_i . Симметризация по всем кваркам от 1 до p в правой и левой частях диаграммы с учетом интерференционных эффектов (см. подробнее в разделах 4.2 и 5.1) превращает энергетический множитель в формуле (4.8) в

$$\prod_{i=1}^p (x_i / (m^2 - k_{i \perp}^2))^2 .$$

Каждое интегрирование по $k_{i \perp}$ тогда дает множитель:

$$\int \frac{d^2 k}{(2\pi)^2 (m^2 - k_{\perp}^2)^2} = \frac{1}{4\pi m^2} .$$

Интегрирование по x_i приводит к выражению:

$$\int \prod_{i=1}^p \frac{x_i dx_i}{4\pi} \delta(\xi + \sum x_i - x_0(p+1)) = \frac{[(p+1)x_0 - \xi]^{2p-1}}{(4\pi)^p (2p-1)!}$$

Мы видим, что оно обладает пороговым поведением по ξ хорошо знакомым из исследований обычных адронных структурных функций при x близком к 1.

Чтобы получить окончательную формулу для структурной функции ядра, мы должны просуммировать вклады всех диаграмм, отвечающих различным вариантам передачи импульса активному кварку от кварков-доноров, в низшем порядке теории возмущений. Это затронет только множители X_L и X_R , определенные согласно (4.9), превращая их один и тот же множитель X_{p+1} ($p+1 = n$ - общее число кварков, между которыми происходят жесткие обмены - число доноров плюс активный кварк):

$$X_{p+1} = \sum_{(\text{варианты обменов})} x_0^{p-1} \prod_{i=1}^p \tilde{V}_i \prod_{i=1}^{p-1} \frac{1}{\xi_i} \quad (4.11)$$

где второе произведение относится к скейлинговым переменным ξ_i промежуточных (между глюонными обменами) кварковых пропагаторов. Как

мы уже отмечали выше, главная проблема при вычислении X_{p+1} состоит в том, что уже в первом порядке теории возмущений, число диаграмм очень велико. Путь решения этой проблемы и выполнение суммирования в формуле (4.11) с помощью рекуррентных соотношений представлены в следующем разделе 4.2.

Используя это определение, получаем для структурной функции ядра следующую формулу:

$$F_2^{(A)}(x, q^2) = \int_x \frac{d\xi}{\xi} f_2(x/\xi, q^2) D_p(\xi) \quad (4.12)$$

где $D_p(\xi)/\xi$ имеет смысл вероятности обнаружить в ядре кварк с продольным импульсом ξp_z . Для $D_p(\xi)$ имеем следующее выражение:

$$D_p(\xi) = N C_{N-1}^p \rho_p X_{p+1}^2 (\sqrt{2}\alpha/3m)^{2p} \theta(\Delta_p) \Delta_p^{2p-1} / (2p-1)! \quad (4.13)$$

где

$$\Delta_p = p + 1 - \xi/x_0$$

и $x_0 = 1/3$.

Вся зависимость от волновой функции ядра полностью сконцентрирована в множителе ρ_p . Попытаемся оценить его, используя самое простое приближение для кварковой структуры ядра. Как мы уже упоминали, мы предполагаем, что в ядре наиболее вероятна конфигурация, когда все кварки ядра несут в среднем одинаковую долю импульса $x_i \simeq \xi_0 \simeq x_0$. Кроме того из нормировочного условия (4.5) мы видим, что ψ является лоренц-инвариантом. Тогда, записывая (4.5) в системе покоя ядра мы можем связать ψ со стандартной волновой функцией ядра в импульсном представлении $\tilde{\psi}$:

$$\tilde{\psi} = \psi \prod_{i=1}^{N-1} ((2\pi)^{3/2} \sqrt{2k_{i0}}) \quad (4.14)$$

Это соотношение позволяет выразить ρ_p , определенное согласно (4.7), через обычную ядерную матрицу плотности $\tilde{\rho}(k_i; k'_i)$ в системе покоя ядра:

$$\rho_p = (2\pi)^{3p} \int \prod_{i=1}^p d^3k_i d^3k'_i / \sqrt{4k_{i0}k'_{i0}} \tilde{\rho}(k_i; k'_i) \quad (4.15)$$

Чтобы оценить (4.15) мы, следуя логике приближения, вынесем множители $\sqrt{k_{i0}}$ из-под интеграла, подставляя в них среднее значение $\langle k_0 \rangle$ в ядре, определенное из условия, что сумма всех k_{i0} должна давать массу ядра, В пренебрежении энергией связи $\langle k_0 \rangle = M_A/N \simeq M/3$, где M - масса нуклона. Тогда (4.15) позволяет выразить ρ_p , через матрицу плотности $\tilde{\rho}_p(r_i; r'_i)$ в системе покоя ядра в координатном представлении:

$$\rho_p = \tilde{\rho}_p(0; 0) / (2\langle k_0 \rangle)^p, \quad (4.16)$$

где в правой части, в матрице плотности, координаты всех кварков-доноров относительно активного кварка равны нулю.

Предполагая теперь, что кварки в среднем равномерно распределены внутри нуклонов (по три в каждом из них), мы можем оценить вероятность $w_p^{(q)}$ обнаружить p кварков в пределах расстояния R_1 от активного кварка, где R_1 - порядка радиуса нуклона (радиус флуктона). Эта вероятность равна вероятности найти в пределах того же самого расстояния $\bar{n} = [p/3] + 1$ нуклонов (т.е. целая часть от $p/3$ плюс один нуклон):

$$w_p^{(q)} = w_{[p/3]+1}^{(N)} . \quad (4.17)$$

Далее, если предположить, что нуклоны, в свою очередь, равномерно распределены внутри ядра конечного объема $V_A = AV_0$, то тогда последняя вероятность будет даваться следующей формулой:

$$w_{\bar{n}}^{(N)} = C_{A-1}^{\bar{n}-1} (V_1/V_A)^{\bar{n}-1} , \quad (4.18)$$

где V_1 - порядка объема нуклона (объем флуктона). На практике, как хорошо известно [123], это приближение работает не очень хорошо из-за отсутствия у реальных ядер резкого края, так, даже у тяжелых ядер довольно большой процент нуклонов находится в "атмосфере" ядра. Чтобы учесть этот факт мы введем в (4.18) поправочный множитель $q_{\bar{n}}$, который надо вычислять, исходя из более реалистического распределения ядерной плотности. В частности, для распределения Саксона-Вудса:

$$\rho(r) = \rho_0 / (1 + \exp(r - R_A)/r_1)) \quad (4.19)$$

где $R_A = A^{1/3} \cdot 1,17$ Фм - радиус ядра, а $r_1 = 0,51$ Фм, при $A \gg 1$ находим:

$$q_{\bar{n}} = 1 - (3r_1/R_A) \sum_{k=1}^{\bar{n}-1} (1/k) = 1 - 1,31 A^{-1/3} \sum_{k=1}^{\bar{n}-1} (1/k) \quad (4.20)$$

В рассматриваемом приближении определенная выше кварковая вероятность $w_p^{(q)}$ связана со своей матрицей плотности $\tilde{\rho}_p(r_i; r_i')$ в координатном представлении в системе покоя ядра следующим соотношением:

$$w_p^{(q)} = C_{N-1}^p \tilde{\rho}_p(0; 0) V_1^p \quad (4.21)$$

Комбинируя (4.17), (4.18) и (4.21), получаем:

$$C_{N-1}^p \rho_p = C_{A-1}^{\bar{n}-1} q_{\bar{n}} (V_1/V_A)^{\bar{n}-1} / (2 \langle k_0 \rangle V_1)^p \quad (4.22)$$

где $\bar{n} = [p/3] + 1$ - число нуклонов в кластере, а p - число кварков-доноров. С использованием (4.22), беря $\langle k_0 \rangle = M/3$ порядка массы кварка m , для

высокоимпульсной (кумулятивной) компоненты кваркового распределения находим:

$$D_p(\xi) = 3AC_{A-1}^{[p/3]} X_{p+1}^2 \left(\frac{\alpha^2}{9m^3 V_1} \right)^p q_{[p/3]+1} \left(\frac{V_1}{V_A} \right)^{[p/3]} \frac{\theta(\Delta_p) \Delta_p^{2p-1}}{(2p-1)!}. \quad (4.23)$$

Напомним, что $\Delta_p = p + 1 - \xi/x_0$.

Вся нетривиальная A -зависимость распределения D_p сосредоточена в ядерном факторе $q_{\bar{n}}$. Он растет с ростом A стремясь к своему асимптотическому значению 1. Чем больше \bar{n} , тем медленнее выход на эту асимптотику. Исследования процессов рождения кумулятивных частиц в рамках нуклонной картины, где возникает та же самая A зависимость [123, 126], показали, что она довольно хорошо согласуется с наблюдаемой в эксперименте (см. также обсуждение этого вопроса в заключительных параграфах предыдущих глав 2 и 3).

Множитель X_{p+1} (4.11), описывающий межкварковые обмены, может быть найден непосредственно путем суммирования вкладов всех диаграмм, отвечающих различным вариантам передачи импульса активному кварку от кварков-доноров. Как мы уже отмечали, хотя эти диаграммы и не содержат внутренних петель, их суммирование, в силу большого числа диаграмм, уже в первом порядке теории возмущений, представляет серьезную проблему, решение которой изложено в следующем разделе 4.2. Найденные там рекуррентных соотношения дают возможность не только легко вычислять сумму вкладов всех диаграмм при любых значениях $n = p + 1$, но и позволяют найти для нее асимптотическое выражение при $n \rightarrow \infty$:

$$X_n \simeq n! \frac{6}{5} n \exp(-an), \quad a = 0,24421\dots \quad (4.24)$$

Это выражение, как показывает его сравнение с точным решением, является хорошей его аппроксимацией, начиная уже с $p \geq 3$, т. е. для всех значений, представляющих интерес при исследовании кумулятивных процессов, так как для них число нуклонов в кластере $\bar{n} = [p/3] + 1 \geq 2$.

Используя (4.24), можно получить также следующую оценку:

$$D_p(\xi) \approx \frac{216}{25} \frac{\pi^{\frac{1}{2}}}{e^{2a}} \frac{A}{(\bar{n}-1)!} q_{\bar{n}} \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^{\bar{n}-1} p^{\frac{3}{2}} (p+1)^4 \gamma^p \theta(\Delta_p) \Delta_p^{2p-1}, \quad (4.25)$$

где $\bar{n} - 1 = [p/3]$ - "кумулятивное число" (число нуклонов в кластере минус один),

$$\gamma = \frac{\alpha^2}{36m^3 V_1 \exp 2a} \quad (4.26)$$

и $V_0 = V_A/A$ - объем, приходящийся в ядре A на один нуклон (Здесь мы использовали формулу Стирлинга для факториалов по p , а также предполагали, что $A \gg 1$).

Поведение $D_p(\xi)$ вблизи порога $\Delta_p = p + 1 - \xi/x_0 = 0$ определяется множителем Δ_p^{2p-1} , который соответствует известным правилам кваркового счета [35, 36, 37, 44]. Величина коэффициента перед ним определяется главным образом фактором γ^p . Как мы увидим в разделе 4.4, известным экспериментальным данным относительно структурных функций ядра и выходов частиц в кумулятивном области, отвечает значение γ много меньшее единицы ($\gamma \simeq 0,014$). Поэтому степенной множитель γ^p приводит к тому, что коэффициент в ξ зависимости (4.25) быстро падает с ростом p .

При фиксированном значении p при отклонении ξ вниз от порога вклад $D_p(\xi)$ растет как степень Δ_p . Очевидно, что этот рост должен остановиться на некотором расстоянии от порога, где наше приближение перестанет работать, и члены с более высокими степенями Δ_p также начнут играть роль. Мы ожидаем, однако, что общий порядок вклада будет по-прежнему определяться малым фактором γ^p , происходящим от обмена p глюонами.

В результате, из-за малости γ , вклад от диаграмм с данным p будет всегда доминировать над вкладами от диаграмм с большими значениями p , как только мы слегка сдвигаемся вниз от пороговой точки $\xi = (p+1)x_0$. Поэтому мы вполне можем предполагать, что $D_p(\xi)$, даваемая (4.23) или (4.25), представляет истинное кварковое распределение для ξ , начиная от порога $\xi = (p+1)x_0$ до точки $\xi = px_0$, которая является порогом для диаграмм с $p-1$ донором, т. е. в интервале:

$$px_0 \leq \xi < (p+1)x_0, \quad x_0 = 1/3 \quad (4.27)$$

Или, чтобы избежать разрывов в полученных спектрах, можно поступить немного иначе, мы можем в качестве полного распределения $D(\xi)$ взять сумму $D_p(\xi)$ по всем возможным p с дополнительным предположением, что $\Delta_p = 1$ при ξ меньше, чем px_0 , что соответствует замораживанию вклада D_p в точке, являющейся порогом для вклада D_{p-1} .

Структурная функция F_2 находится из D согласно формуле (4.12). Кварковая структурная функция $f_2(x, q^2)$, входящая в это уравнение, фактически, есть результат КХД-эволюции чисто теоретико-возмущенческой структурной функции $e_q^2 \delta(x-1)$ активного кварка от q_0^2 порядка его виртуальности $m^2/(1-x)$ до данного значения q^2 . Ее поведение около $x=1$, которое существенно в формуле (4.12), дается известной формулой КХД

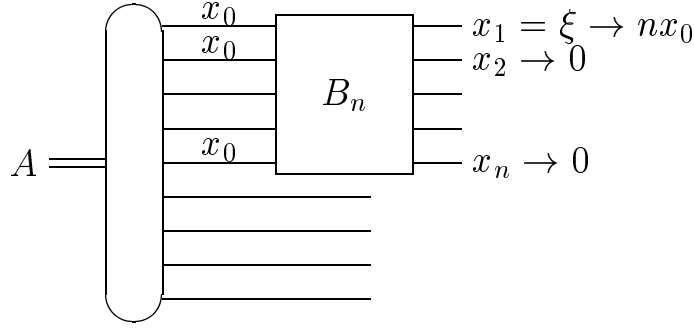


Рисунок 4.2: Формирование жесткой партонной компоненты флюктона в ядре

[164]:

$$f_2(x, q^2) = \exp(a\eta)x(\ln 1/x)^{(b\eta-1)}/\Gamma(b\eta) \quad (4.28)$$

где $\eta = \ln(\ln |q^2/\Lambda^2|/\ln |q_0^2/\Lambda^2|)$, $a=0,102$, $b=0,59$.

Численные расчеты структурной функции F_2 по формуле (4.12), сравнение с экспериментальными данными и обсуждение результатов мы отложим до конца главы (см. раздел 4.4), где они будут представлены вместе с результатами расчетов выходов кумулятивных частиц.

Рассмотренная выше картина основывалась на независимых кварковых распределениях в ядрах. В принципе, она может быть обобщена на случай кварковых распределений с корреляциями. Например, в качестве простой альтернативной модели мы могли бы предположить, что пары кварков имеют тенденцию объединяться в дикварки, которые формируют ядро вместе с остальной частью кварков. В такой картине ядро предполагается состоящим из $N = 2A$ партонов - кварков и дикварков, которые в среднем несут одинаковый продольный импульс - $x_0 p_z$ каждый, где теперь $x_0 = 1/2$. Ясно, что все наши формулы, полученные выше, остаются справедливы и в этом случае с соответствующим изменением масштаба x_0 и с определением кумулятивного числа как $\bar{n} - 1 = [p/2]$.

4.2 Рекуррентный метод суммирования кварк-партонных диаграмм вблизи кинематических порогов

В предыдущем разделе мы видели, что структурная функция ядра (4.12) в кумулятивной области определяется функцией $D(\xi)/\xi$, которая имеет смысл вероятности найти в ядре кварк со значением скейлинговой переменной $\xi > 1$. В этом разделе мы рассмотрим диаграмму общего вида, дающую вклад в $D(\xi)$, когда $p = n - 1$ кварков в резуль-

тате межкварковых взаимодействий отдадут весь свой импульс активному кварку, становясь медленными (рис. 4.2). Немного обобщая обозначения, в этом разделе мы будем обозначать скейлинговую переменную активного кварка через $x_1 = \xi$, а p кварков-доноров через x_2, \dots, x_n ($n = p + 1$ - общее число кварков в кластере). Напомним, что скейлинговые переменные кварков определены в переменных светового фронта как $x_i = k_{i+}/p_+$, где $p_+ = P_+/A$ - импульс на один нуклон ядра.

В соответствии с нашим приближением в типичной конфигурации все кварки в среднем несут одинаковую долю продольного импульса $x'_i \simeq x_0$. Мы интересуемся редкой конфигурацией, когда активный кварк несет импульс всего n -кваркового кластера ($x_1 = \xi \rightarrow nx_0$). Ясно, что в этом случае скейлинговые переменные кварков-доноров стремятся к нулю ($x_i \rightarrow 0$ при $i = 2, 3, \dots, n$). Именно на этом факте основана применимость теории возмущений при расчете этого процесса, и мы можем ограничиться учетом в жестком блоке B_n лишь минимально необходимого числа глюонных обменов ($p = n - 1$) [162]. Кроме того, как мы уже отмечали в предыдущем разделе, в этом случае, при определенных калибровочных условиях, очень сильно упрощается и вид самого глюонного пропагатора.

Блок B_n описывает формирование жесткой партонной компоненты флукона в результате $p = n - 1$ межкварковых взаимодействий. Правила кваркового счета [35, 36, 37, 43, 44] легко позволяют найти поведение $D_p(\xi)$ вблизи порога $\xi \rightarrow nx_0$: $D_n(\xi) \sim (nx_0 - \xi)^{2n-3}$. Но, как мы уже отмечали, для нахождения структурной функции ядра в кумулятивной области этого недостаточно. Чтобы вычислить саму структурную функцию ядра в кумулятивной области, необходимо также знать коэффициент перед этим множителем, который определяет относительные веса этих вкладов при разных n . Для нахождения же этого коэффициента необходимо вычислить сумму всех диаграмм, которые могут давать вклад в блок B_n в данном приближении. То есть, в отличие от работы [157], мы пытаемся теоретически найти структурную функцию флукона, по крайней мере ее жесткую компоненту.

Отметим, что идейно похожий подход, успешно применялся в работе [165] при описании поведения структурных функций ядра, но в некумулятивной области ($x < 1$), для объяснения ЕМС эффекта. В этой работе постулировалось существование в ядрах мультикварковых кластеров ($6q$, $9q$ и т.д.), а их структурные функции аппроксимировались с использованием правил кваркового счета.

В рамках теории возмущений, ограничиваясь $n - 1 = p$ глюонными обменами, мы находим, что вклад в B_n дают фейнмановские диаграммы типа изображенной на рис. 4.3. Приведенная диаграмма - только при-

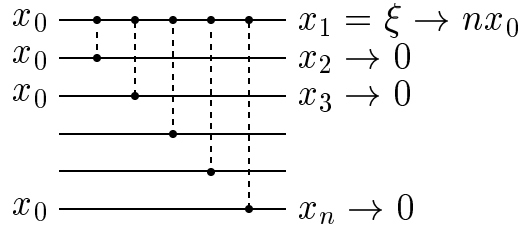


Рисунок 4.3: Пример диаграммы, дающей вклад в B_n .

мер, который соответствует диаграмме на рис. 4.1 в предыдущем разделе. Она соответствует специфическому варианту межкварковых взаимодействий, в котором доноры последовательно передают свой импульс активному кварку, становясь мягкими. Однако, возможны и другие варианты межкварковых обменов: например, доноры могут сначала передавать свои импульсы последовательно друг другу, а последний кварк-донор может уже передать весь накопленный импульс активному кварку (см. вторую диаграмму на рис. 4.5). Возможны и другие варианты (см., например, третью диаграмму на рис. 4.5). Ясно, что таких диаграмм очень много, даже для простейшего $6q$ -кластера (флуктона из двух нуклонов). Поэтому возникает проблема их систематизации и нахождения суммы их вкладов.

Прежде, чем перейти к решению этой проблемы, напомним, что пунктирными вертикальными линиями на рис. 4.3 показаны одногюонные обмены. В случае, когда в результате обмена один из кварков становится мягким, каждому такому обмену соответствует выражение (4.3), зависящее только от скейлинговых переменных участвующих кварков до (x'_1, x'_2) и после (x_1, x_2) взаимодействия (см. рис. 4.6), и поэтому отвечающее их мгновенному взаимодействию.

Мы перейдем также в переменных светового фронта от фейнмановской диаграммной техники к упорядоченной по времени, так называемой, "старой" (гайтлеровской) теории возмущений. Здесь используется аналогия между ультрарелятивистским случаем, рассматриваемым в переменных светового фронта, и нерелятивистской теорией, которую мы уже отмечали в предыдущем разделе.

В энергетических знаменателях промежуточных состояний вклады от мягких конечных кварков доминируют, так как их "энергии" $E_i = (m^2 + \mathbf{k}_{i\perp}^2)/x_i$ увеличиваются при $x_i \rightarrow 0$ для $i = 2, 3, \dots, n$. Таким образом вклад диаграммы на рис. 4.3 оказывается пропорционален произведению $[E_2(E_2 + E_3)\dots(E_2 + \dots + E_n)]^{-1}$ или после симметризации по x_2, \dots, x_n произведению $[E_2 E_3 \dots E_n]^{-1}$.

Преимущество времениупорядоченной теории возмущений - то, что

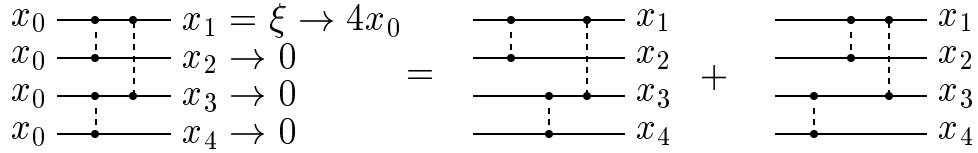


Рисунок 4.4: Разложение фейнмановской диаграммы на две времениупорядоченных диаграммы

энергетические знаменатели вблизи порога имеют одну и ту же форму для любой диаграммы и совпадают после симметризации по x_2, \dots, x_n . Чтобы проиллюстрировать это, мы представили на рис. 4.4 одну фейнмановскую диаграмму как сумму двух времениупорядоченных диаграмм. Фейнмановская диаграмма пропорциональна $[E_2 E_4 (E_2 + E_3 + E_4)]^{-1}$, а времениупорядоченные диаграммы пропорциональны $[E_2 (E_2 + E_4) (E_2 + E_4 + E_3)]^{-1}$ и $[E_4 (E_4 + E_2) (E_4 + E_2 + E_3)]^{-1}$ соответственно (все в пределе $\xi \rightarrow 4x_0$). После симметризации по x_2, \dots, x_n вклады двух последних диаграмм оба становятся пропорциональны $[E_2 E_3 E_4]^{-1}$. Более того обе эти диаграммы дают одинаковые вклады, что дает возможность учитывать вклад только одной из них, умножая его затем на ”времяупорядочивающий” коэффициент 2.

В результате удается представить B_n в следующей форме:

$$B_n = X_n \frac{(4\pi\alpha)^{n-1}}{(x_0)^{n-2}} \frac{1}{E_2 E_3 \dots E_n} \quad (4.29)$$

Как мы видели в предыдущем разделе, знаменатель в этой формуле после интегрирования по x_2, \dots, x_n приводит к поведению предсказываемому правилами кваркового счета для выхода кумулятивного кваркового из n -кваркового флуктона. Но наша задача состоит в том, чтобы вычислить также и величину коэффициента перед множителем дающим это поведение, которая определяет относительные веса, с которыми вклады на различных порогах складываются, давая полную вероятность рождения кумулятивного кварка. Для того, чтобы сделать это, мы должны вычислить сумму всевозможных фейнмановских диаграмм типа, изображенных на рис. 4.5. В формуле (4.29) X_n обозначает суммарный вклад всех этих диаграмм после выделения общего множителя $(4\pi\alpha)^{n-1} (x_0)^{2-n} [E_2 E_3 \dots E_n]^{-1}$, что соответствует суммированию по ’вариантам обменов’ в (4.11).

После выделения этого множителя можно перейти к пределу $x_1 = \xi = nx_0$ и $x_i = 0$ для $i = 2, \dots, n$ в оставшейся части вклада этих диаграмм, что приводит к правилам для расчета вклада диаграмм в X_n , показанным на рис. 4.6. Все x_i на рис. 4.5-4.7 приведены в единицах x_0 . Важно помнить, что как мы видели выше (рис. 4.4), мы должны еще умножить вклад диаграмм, в которых возможно различное временное упорядочи-

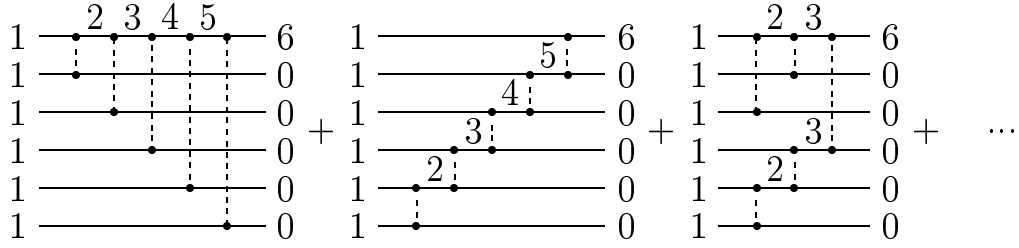


Рисунок 4.5: Примеры диаграмм дающих вклад в X_n при $n = 6$ (все x_i в единицах x_0)

$$\begin{array}{c} x'_1 \text{---} x_1 \\ \vdots \\ x'_2 \text{---} x_2 \end{array} = \frac{(x_1 + x'_1)(x_2 + x'_2)}{(x_1 - x'_1)^2}; \quad \begin{array}{c} \xi_i \\ \vdots \\ \xi_i \end{array} = \frac{1}{\xi_i}$$

Рисунок 4.6: Диаграммные правила для X_n

вание глюонных обменов, на нужный ”времениупорядочивающий” коэффициент.

Главной проблемой при расчете X_n - суммарного вклада всех диаграмм с данным n - является то, что число этих диаграмм очень быстро (как $n!$) растет с n . Поэтому, чтобы найти суммарный вклад всех диаграмм (с нужными времениупорядочивающими коэффициентами), мы вывели специальное рекуррентное соотношение.

Вывод этой рекуррентной формулы основан на том простом факте, что в переменных светового фронта все ξ_i у промежуточных кварковых пропагаторов (между глюонными обменами) должны быть больше нуля. Из этого сразу следует, что последний по времени обмен глюоном не может происходить между двумя кварками-донорами, так как их суммарный конечный импульс равен нулю. Следовательно, последний по времени обмен глюоном происходит между кварком-донором и активным кварком. Этого простого наблюдения достаточно, чтобы построить нужное рекуррентное соотношение. Выделяя этот последний по времени обмен, мы можем представить X_n в виде суммы по $k = 1, 2, \dots, n - 1$ диаграмм, изображенных на рис. 4.7, где мы по определению считаем, что $X_1 = 1$.

Моменты времени, когда происходят $k - 1$ глюонных обмена в верхнем блоке X_k , совершенно произвольны относительно тех моментов времени, когда происходят $n - k - 1$ обменов в нижнем блоке X_{n-k} , что порождает

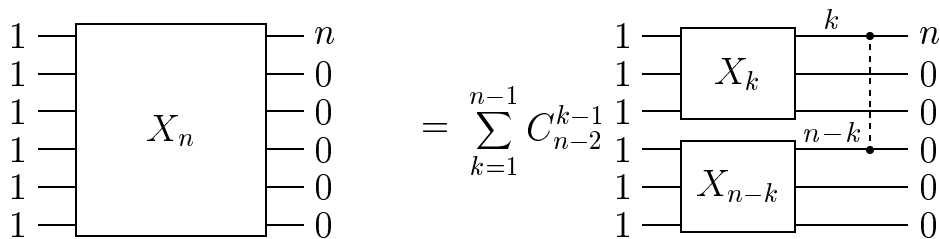


Рисунок 4.7: Диаграммное представление рекуррентного соотношения для X_n .

времениупорядочивающий коэффициент C_{n-2}^{k-1} в этом соотношении. С учетом диаграммных правил для X_n на рис. 4.6, диаграммное представление рекуррентного соотношения на рис. 4.7 может быть записано аналитически следующим образом:

$$\begin{aligned} X_n &= \sum_{k=1}^{n-1} C_{n-2}^{k-1} X_k X_{n-k} \frac{(n+k)(n-k)}{(n-k)^2} \frac{1}{n-k} \frac{1}{k} = \\ &= \sum_{k=1}^{n-1} \frac{n+k}{k(n-k)^2} C_{n-2}^{k-1} X_k X_{n-k}. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Для его анализа удобно перейти к величинам

$$f_n \equiv X_n/n!$$

В терминах f_n рекуррентное соотношение (4.30) принимает следующий вид:

$$f_n = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{n+k}{n-k} f_k f_{n-k} \quad (4.31)$$

с начальным условием $f_1 = 1$. Рекуррентное соотношение (4.31) позволяет легко вычислить f_n для кластера с любым числом кварков n , начиная со значения $f_1 = 1$ и последовательно вычисляя f_2 , f_3 и т.д., так как в правую часть формулы (4.31) для f_n входят только f_1, f_2, \dots, f_{n-1} .

Для оценки характера поведения f_n при больших значениях n найдем его асимптотику. Легко убедиться, что соотношение (4.31) допускает следующее асимптотическое решение при $n \rightarrow \infty$:

$$f_n \simeq \left[\frac{6}{5} n + o(n) \right] e^{-an} \quad (4.32)$$

с произвольным значением параметра a . Сравнивая эту асимптотику с результатами последовательных численных расчетов f_2, f_3, \dots, f_n по точной формуле (4.31), начиная с начального значения $f_1 = 1$, мы находим, что это начальное значение приводит к асимптотике (4.32) для f_n со значением

$$a = 0.24421\dots$$

Кроме того это сравнение показывает, что асимптотическая формула (4.32) является хорошей аппроксимацией точного решения, начиная уже с $n = 3$, т.е. при всех значениях n представляющих физический интерес.

Таким образом мы нашли $X_n = f_n n!$ и, следовательно, вычислили блок B_n (4.29) на рис. 4.2, описывающий формирование жесткой импульсной компоненты флуктона.

4.3 Образование частиц в кварк-партонной модели кумулятивных явлений. Сокращение прямых и части спектаторных вкладов

4.3.1 Прямой и спектаторный механизмы образование кумулятивных частиц в кварк-партонной модели

В этом разделе в рамках предложенной модели мы переходим к рассмотрению процесса рождения кумулятивных частиц со значением фейнмановской переменной $x > 1$. Рассмотрение мы будем проводить в системе отсчета, где ядро быстро движется вдоль оси z . Все вклады в этот процесс можно разделить на прямые и спектаторные. К прямым относятся все вклады, где налетающий на ядро адрон непосредственно взаимодействует с быстрым кварком флуктона (рис. 4.8), что является прямым обобщением диаграммы для глубоко неупругого процесса, изображенной на рис. 4.1. Спектаторными являются все вклады, где налетающий на ядро адрон взаимодействует не с быстрым кварком флуктона, а с другими кварками.

На первый взгляд, сравнивая диаграммы на рис. 4.1 и рис. 4.8, в силу их аналогии кажется, что вклад прямого механизма в рождение кумулятивных частиц должен даваться формулой аналогичной формуле (4.12) для глубоко неупругого рассеяния. То есть, например, для инклюзивного сечения проинтегрированного по поперечным импульсам $I_A(x) = x d\sigma/dx$ вклад прямого механизма должен даваться выражением:

$$I_A^{dir}(x) = \int_x (d\xi/\xi) D(\xi) h(x/\xi) \quad (4.33)$$

где $D(\xi)/\xi$ - вероятность обнаружить в ядре быстрый партон (кварк) со значением фейнмановской переменной равным ξ , оценкой которой мы занимались в двух первых разделах этой главы, а $h(x/\xi)$ - инклюзивное сечение рождения кумулятивной частицы (точнее кумулятивного кварка) со значением фейнмановской переменной $x > 1$ при взаимодействии налетающего адрона с этим партоном. Мы пока оставляем в стороне анализ процесса фрагментации кумулятивного кварка в кумулятивный адрон, который описывается хорошо известными функциями фрагментации кварка [166].

Однако, как показывает тщательный анализ [288] (см. ниже параграф 4.3.3), учет взаимодействия в конечном состоянии, когда часть жестких глюонных обменов быстрого кварка с донорами происходит уже после его взаимодействия с налетающим адроном, приводит (в результате интерференции амплитуд) к занулению главной части этого вклада. После

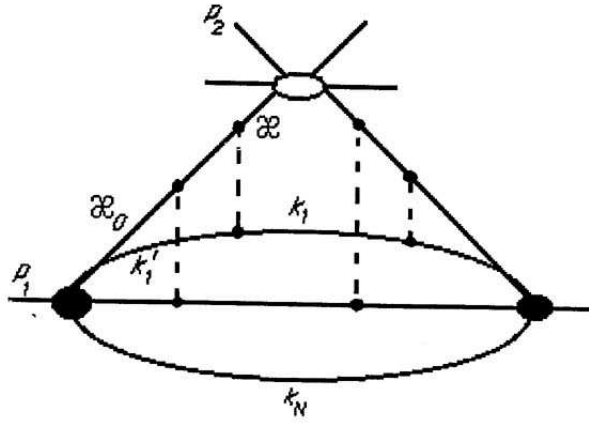


Рисунок 4.8: Вклад прямого механизма в рождение кумулятивных частиц. Пунктирными линиями показаны обмены глюонами.

чего лидирующий вклад в рождение кумулятивных частиц остается за спектаторным механизмом, к рассмотрению которого мы и переходим.

Вклад спектаторного механизма (рис. 4.9) имеет гораздо более сложную структуру и остаток этого параграфа будет посвящен его анализу. Мы увидим, что вблизи порогов (в результате интерференции амплитуд) также будут иметь место взаимное сокращение части спектаторных вкладов, однако, это сокращение не будет полным, как в случае прямого механизма.

Рождение кумулятивного адрона в рамках спектаторного механизма также протекает в два этапа. Сначала образуется быстрый кварк с кумулятивным значением скейлинговой переменной $\xi > 1$. Затем он фрагментирует в кумулятивный адрон со значением скейлинговой переменной x , такой что $\xi > x > 1$. Мы опять оставляем в стороне анализ этого второго этапа фрагментации кумулятивного кварка в кумулятивный адрон, который, как мы уже отмечали, описывается хорошо известными функциями фрагментации кварка [166], и будем, условно, говорить о инклюзивном сечении "рождения" кумулятивного кварка. Мы будем действовать в рамках тех же приближений, как и в предыдущих двух разделах этой главы при изучении структурной функции ядра. То есть мы сконцентрируемся на изучении поведения сечения образования кумулятивного кварка вблизи порога $\xi = (p + 1)x_0$, отвечающего случаю, когда p кварков-доноров передают ему весь свой продольный импульс (в результате p обменов жесткими глюонами), становясь мягкими с $x_i \rightarrow 0$.

Кроме того при изучении спектаторного вклада нам потребуется также модель для описания мягких (с небольшой передачей импульса) взаимодействий между партонами ядра и налетающего на него адрона. Для этой цели мы будем использовать простую партонную модель, в которой

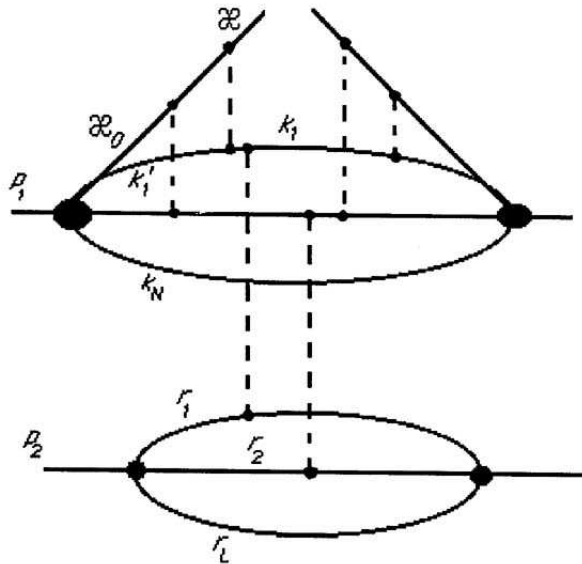


Рисунок 4.9: Вклад спектаторного механизма в рождение кумулятивных частиц. Пунктирными линиями показаны как обмены глюонами, так и неупругие (после "разрезания", см. рис. 4.10) взаимодействия между партонами ядра и налетающего на него адрона.

налетающий адрон также представляет собой некоторую конфигурацию партонов (кварков и глюонов), и адрон-ядерное взаимодействие реализуется как некоторое число взаимодействий между партонами адрона и ядра, так как это показано на рис. 4.9 и 4.10 (см. детали в работе [167]).

В этой картине исходная партон-партонная амплитуда a может иметь довольно сложный вид, отвечающий обмену одной или несколькими партонными лестницами (померонами). "Разрезание" партон-партонного взаимодействия ведет к многочастичному промежуточному состоянию, соответствующему неупругому вкладу в адронное сечение. Оставаясь "неразрезанным", партон-партонное взаимодействие может представлять упругий или дифракционный вклад в зависимости от того, в какое адронное состояние рекомбинируют остальные партоны.

Возможно также альтернативное описание в терминах обменов померонами между кварками ядра и налетающим адроном в рамках реджеонной теории поля. Это описание значительно более сложное и содержит намного больше параметров, типа вершин взаимодействия адронов с различным числом померонов и различного числа померонов между собой. По этой причине мы начинаем рассмотрение, используя более простую партонную картину. (Реджеонный подход используется ниже в параграфе 4.3.3 при анализе вклада прямого механизма и при альтернативном вычислении наклонов спектров рождения частиц в кумулятивной области (см. параграф 4.4.2).)

Партон-партонная амплитуда $a(q, s)$, который входит в эту картину,

зависит от поперечного переданного импульса q и энергетической переменной s . Очевидно амплитуда a должна содержать множитель s , чтобы обеспечить приблизительное постоянство сечения. Остальная часть s -зависимости менее очевидна. В частности, как показано в [167], постоянное партон-партонное сечение может приводить к возрастающему адрон-адронному сечению благодаря росту числа партонов с энергией. В качестве первой аппроксимации, поэтому, разумно предположить, что приведенная амплитуда, определяемая как $\tilde{a} = a/2s$, вообще не зависит от энергии. Процедура нахождения этой амплитуды из экспериментальных данных по адронным сечениям описана в первом параграфе следующего раздела 4.4.1.

4.3.2 Вклад спектаторного механизма в кварк-партонной модели

При описании рождения частиц в рамках партонной картины кварки ядра могут принимать участие в двух различных взаимодействиях: между собой, чтобы передать импульс кварку рождающегося адрона, и с кварками (или другими партонами) налетающего на ядро адрона. Мы будем проводить рассмотрение в системе центра масс нуклона ядра и налетающего адрона. В этой системе отсчета ядро движется вдоль оси z с полным импульсом Ap_1 , где p_1 - импульс приходящийся на один нуклон ядра. Налетающий адрона движется в противоположном направлении с импульсом p_2 , $p_{1z} + p_{2z} = 0$.

Все кварки ядра можно разделить на спектаторов, которые не участвуют ни в одном из этих взаимодействий, и активные, которые принимают участие по крайней мере в одном, а возможно и в обоих, из упомянутых взаимодействий. На первый взгляд это приводит к большому числу вариантов, когда некоторые из кварков-доноров не взаимодействуют с налетающим адроном, а некоторые кварки, взаимодействующие с налетающим адроном - не доноры. Однако, как мы сейчас убедимся, вблизи порога вклад от большей части этих вариантов зануляется, и остается вклад только очень ограниченного числа диаграмм. Мы покажем, что, во-первых, каждый донор должен участвовать во взаимодействии с налетающим адроном и, во-вторых, никакой кварк, кроме доноров или образующегося кумулятивного кварка, не может участвовать в этом взаимодействии. Все другие возможности дают нулевой вклад в пределе $\xi \rightarrow (p + 1)x_0$.

Чтобы понять причину этих сокращений, изучим самые простые диаграммы, где или доноры не взаимодействуют, или наоборот взаимодей-

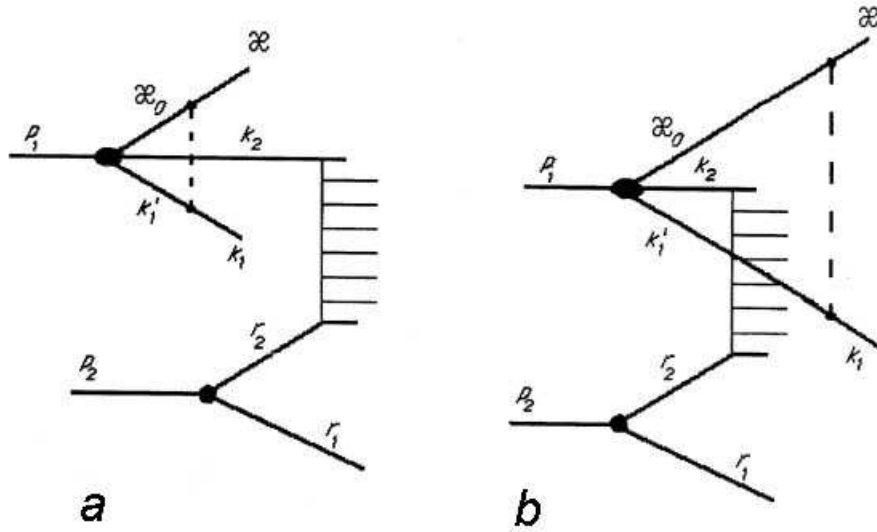


Рисунок 4.10: Пример двух спектаторных диаграмм, вклады которых взаимно сокращаются вблизи порога.

ствуют спектаторные кварки, не являющиеся донорами. Рассмотрим амплитуды, изображенные на рис. 4.10, с $p = 1$, где кварк-донор (номер 1) не взаимодействует с налетающим адроном. Ключевой пункт - то, что передача импульса от этого кварка-донора образующемуся кумулятивному кварку (номер 3) может происходить, как до, так и после взаимодействия второго кварка с налетающим адроном. Это ведет к двум различным времениупорядоченным диаграммам *a* и *b* на рис. 4.10. Энергетический знаменатель для диаграммы на рис. 4.10*a* имеет следующий вид:

$$E - E_{init} = (m^2 - k_{1\perp}^2)/x_1 + (m^2 - k_{2\perp}^2)/x_2 + (m^2 - \kappa_{\perp}^2)/\xi - \mu^2,$$

где μ было определено в параграфе 4.1.2 в связи с (4.4). Энергетический знаменатель для второй диаграммы на рис. 4.10*b*, рассчитанный, исходя из конечного состояния, равен:

$$E - E_{final} = (m^2 - k'_{1\perp}{}^2)/x'_1 + (m^2 + \kappa_{0\perp}^2)/\xi_0 - (m^2 - k_{1\perp}^2)/x_1 - (m^2 - \kappa_{\perp}^2)/\xi.$$

Эти два выражения вообще говоря различны, но в пределе $x_1 \rightarrow 0$ они совпадают с противоположным знаком. В результате эти два вклада, *a* и *b* на рис. 4.10, сокращаются в пределе $x_1 \rightarrow 0$. Это сокращение - общее явление. Оно всегда имеет место, когда межкварковые взаимодействия доноров могут происходить, как до, так и после взаимодействия с налетающим адроном. Это означает, что вблизи порога доминирует вклад диаграмм, в которых все доноры взаимодействуют с налетающим на ядро адроном.

Вклад диаграмм, в которых имеются дополнительные взаимодействия с налетающим адроном кварков не являющиеся донорами, также зануляется вблизи порога. Действительно, взаимодействие любого другого

кварка с налетающим адроном может быть "рассечено" или "не рассечено" в терминах правил Абрамовского-Грибова-Канчели (АГК) [125], что приводит к взаимному сокращению таких вкладов. Таким образом мы приходим к выводу, что вблизи порога доминирует вклад диаграмм, в которых все p кварков-доноров взаимодействуют с налетающим на ядро адроном, и никакие другие партоны ядра с ним не взаимодействуют.

Все p взаимодействий доноров с налетающим на ядро адроном, происходящие в конечном состоянии, когда доноры уже передали свой большой продольный импульс кумулятивному кварку и стали мягкими, могут быть как упругими, так и неупругими. Это приводит к зависимости результата от скачков амплитуды партон-партонного рассеяния при переданных поперечных импульсах q_i :

$$2\text{Im } \tilde{a}(q_i) = \sigma_{qq}(q_i).$$

Фурье образ $\sigma_{qq}(b)$ этой величины $\sigma_{qq}(q)$ имеет смысл сечения рассеяния партонов при фиксированном значении прицельного параметра b . Напомним, что мы предполагаем, что амплитуда рассеяния партонов, после выделения инвариантного потока $\tilde{a} \equiv a/2s_i$, уже не зависит от энергии, что отвечает постоянному полному сечению партон-партонного рассеяния:

$$\sigma = \int d^2b \sigma_{qq}(b) = 2\text{Im } \tilde{a}(q = 0) \quad (4.34)$$

Рассмотрим этот процесс подробнее. Его сечение дается скачком амплитуды, даваемой суммой диаграмм, типа изображенной на рис. 4.9. В системе центра масс и ядро, и налетающий на него адрон представляют собой системы партонов, причем любой из партонов налетающего адрона может провзаимодействовать только с одним из партонов ядра. Согласно результатам, полученным выше, вблизи порога доминируют процессы, когда каждый кварк-донор взаимодействует с каким-либо кварком налетающего адрона. При этом скачок амплитуды, дающий вклад в инклюзивное сечение, должен вычисляться для разреза, рассекающего все амплитуды парных взаимодействий партонов ядра с партонами налетающего адрона. (В противном случае в прямой или в сопряженной части диаграммы будет присутствовать невзаимодействующий донор.)

Как и в случае структурной функции, порядок взаимодействий доноров друг с другом и с образующимся кварком изменяется от диаграммы к диаграмме, причем независимым образом в правой и левой частях диаграммы. На рис. 4.9 мы показали только одну из возможностей, которая соответствует диаграмме для структурной функции на рис. 4.1.

Проведем анализ вклада диаграммы на рис. 4.9 также, как мы это делали в случае диаграммы на рис. 4.1. Нам необходимо дополнительно

предположить, что вершина γ , описывающая переход налетающего адрона в партоны не зависит от энергий, роль которых для адрона движущегося в направлении противоположном оси z теперь играют +-компоненты их импульсов, которые малы в системе центра масс. Кварк-кварковая амплитуда a зависит от относительной энергетической переменной $s' = (k+r)^2 \simeq 2k_+r_-$ только через поток $2s'$. Мы определяем редуцированную амплитуду $\tilde{a} = a/2s' = a/4k_+r_-$ и предполагаем, что она не зависит от энергии.

Закон сохранения продольных компонент в каждом взаимодействии партона ядра с партоном налетающего адрона $k_{\pm} + r_{\pm} = k'_{\pm} + r'_{\pm}$ распадается на $k_+ = k'_+$ и $r_- = r'_-$, поскольку $k_+ \gg r_+$ и $k_- \ll r_-$. То есть в каждом таком взаимодействии кварки сохраняют свой большой продольный импульс. Компоненты k_-, k'_- и r_+, r'_+ , наоборот, перестают быть связаны законом сохранения, что означает одновременность всех взаимодействий партонов ядра с партонами налетающего адрона.

После этого мы видим, что относительно продольных компонент импульсов происходит факторизация результирующего вклада на вклад от налетающего адрона и вклад от ядра, который в свою очередь факторизуется на вклад от левой и правой частей диаграммы, также как это имело место для структурной функции ядра. Интегрирования по энергиям k_-, k'_-, r_+, r'_+ выполняются тривиально. В результате для ядра мы получаем произведение тех же самых множителей ϕ_L и ϕ_R как в (4.1), взятых, однако, по различным значениям поперечного импульса $k_{i\perp}$ и $k'_{i\perp}$ для $i = 1, 2, \dots, p$. Явно, множитель, отвечающий вкладу ядерной части и зависящий от поперечных компонент импульсов k_i и k'_i мягких кварков, имеет следующий вид:

$$T = 4p_{1+} N C_{N-1}^p \rho_p X_{p+1}^2 (\sqrt{8\pi\alpha}/3)^{2p} \theta(\Delta_p) \Delta_p^{2p-1} ((2p-1)!)^{-1} \times \\ \times \prod_{i=1}^p (m^2 - k_{i\perp}^2)^{-1} (m^2 - k'_{i\perp}{}^2)^{-1} \quad (4.35)$$

(ср. с (4.13), где было $k_{i\perp} = k'_{i\perp}$, что после интегрирования по $k_{i\perp}$ давало фактор $(1/4\pi m^2)^p$).

Вычисление множителя отвечающего налетающему адрону еще более простое и ведет к выражению

$$P = 4p_{2-} C_L^p p! \int \prod_{i=1}^p d^2 c_i \eta_p(c_i) \exp i \sum_i q_i c_i \quad (4.36)$$

где L - число партонов в данной конфигурации налетающего адрона, $\eta_p(c_i)$ - диагональный элемент матрицы плотности, определяющий вероятность нахождения p из этих партонов в поперечной плоскости в точках

c_j относительно центра масс налетающего адрона, а $q_i = r_i - r'_i$ - поперечные переданные импульсы. Чтобы проинтегрировать по последним, мы вводим прицельные параметры мягких ядерных кварков b_i и используем соотношение

$$(2\pi)^2 \delta(k_i - k'_i - q_i) = \int d^2 b_i \exp i b_i (k_i - k'_i - q_i).$$

Мы также вводим относительный прицельный параметр между центрами масс ядра и налетающего адрона B :

$$(2\pi)^2 \delta(\sum q_i) = \int d^2 B \exp i B \sum q_i.$$

Интегрирования по k_i, k'_i и q_i тогда приводят к множителю

$$J_p = C_{Lp}^p p! \int d^2 B \prod_{i=1}^p (d^2 b_i d^2 c_i \lambda^2(b_i) 2 \text{Im} \tilde{a}(B + c_i - b_i)) \eta_p(c_1, \dots, c_p), \quad (4.37)$$

где

$$\lambda(b) = K_0(m|b|)/2\pi. \quad (4.38)$$

где K_0 - модифицированная функция Бесселя (функция Макдональда).

Если мы также предположим, что партоны в налетающем адроне нескоррелированы, т.е. что полная матрица плотности, получаемая суммированием $C_{Lp}^p p! \eta_p$ по всем числам партонов $L \geq p$, факторизуется:

$$\sum_{L \geq p} (L!/(L-p)!) \eta_p(c_1, \dots, c_p) = \nu^p \prod_{i=1}^p \eta(c_i), \quad (4.39)$$

где ν - среднее число партонов в налетающем на ядро адроне, а $\eta(c)$ нормировано на 1. Тогда J_p также факторизуется при фиксированном B :

$$J_p = \int d^2 B j^p(B), \quad (4.40)$$

где

$$j(B) = \nu \int d^2 b d^2 c \lambda^2(b) \eta(c) \sigma_{qq}(B + c - b) \quad (4.41)$$

Собирая эти формулы, мы наконец находим выражение для вклада диаграммы, типа изображенной на рис. 4.9, в инклюзивное сечение рождения кварка $I(\xi)$ с фейнмановской переменной ξ , проинтегрированное по поперечному импульсу:

$$I_p(\xi) = \int d^2 B I_p(\xi, B), \quad (4.42)$$

где

$$I_p(\xi, B) = D_p(\xi) [4\pi m^2 j(B)]^p, \quad (4.43)$$

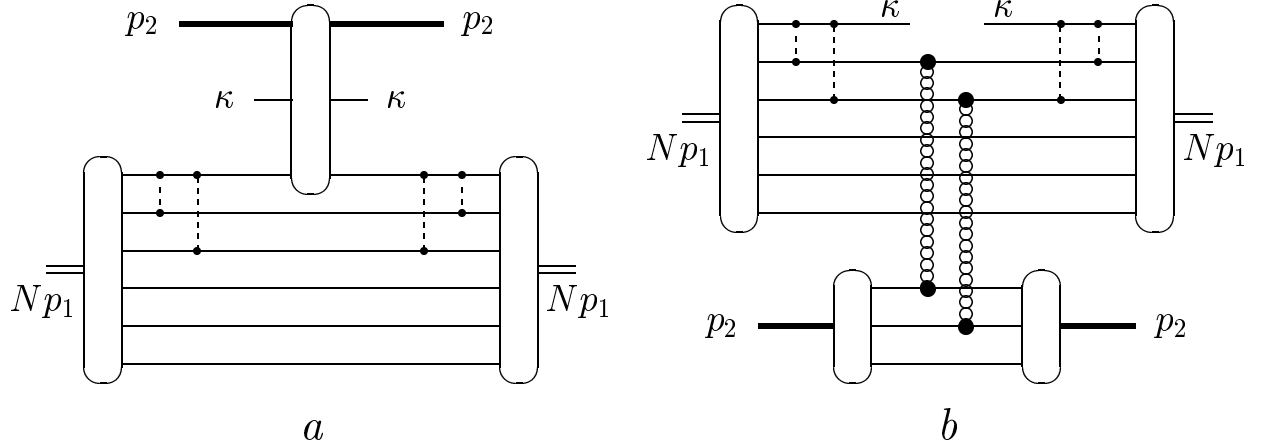


Рисунок 4.11: Два механизма образования кумулятивных частиц - прямой (*a*) и зпектаторный (*b*). Пунктирными и цепоччными линиями показаны обмены глюонами и померонами, соответственно.

а $D_p(\xi)$ - то же самое кумулятивное распределение, что и в случае вычисления структурной функции ядра в параграфе 4.1.2 (см. выше формулы (4.12), (4.13) и (4.25)).

Подобно структурной функции, инклюзивное сечение $I(\xi)$ рождения кумулятивного кварка с продольным импульсом ξp_z в интервале (4.27) дается $I_p(\xi)$. Для произвольного ξ инклюзивное сечение $I(\xi)$ может быть построено как сумма вкладов $I_p(\xi)$ при таких p , что $(p+1)x_0 > \xi$, подобно тому, как это делалось для структурной функции в параграфе 4.1.2. Далее, чтобы получить формулы для инклюзивного сечения рождения самих кумулятивных адронов, необходимо свернуть $I(x)$ с соответствующими функциями фрагментации.

4.3.3 Сокращение вклада прямого механизма вблизи порога

В этом параграфе мы покажем, что лидирующая часть вклада прямого механизма в образование быстрого кумулятивного кварка зануляется вблизи порога. Как мы увидим ниже, причиной этого является взаимодействие в конечном состоянии, когда часть жестких глюонных обменов быстрого кварка с донорами происходит уже после его взаимодействия с налетающим адроном, что и приводит (в результате интерференции амплитуд) к занулению главной части этого вклада.

Диаграммы для вклада прямого (рис. 4.8) и зпектаторного (рис. 4.9) механизма в образование быстрого кумулятивного партона, к которым мы пришли в результате проведенного выше анализа, собраны на рис. 4.11 (диаграммы *a* и *b*, соответственно). В диаграмме для прямого вклада, в

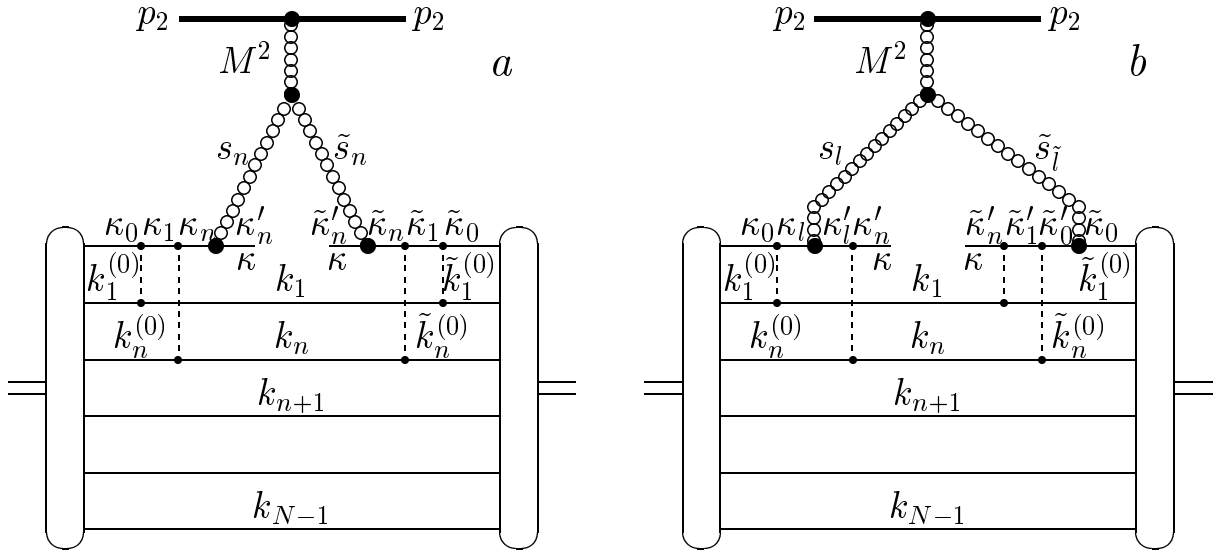


Рисунок 4.12: Прямой механизм образования кумулятивных частиц в трехреджеонном подходе без (а) и с (b) учетом взаимодействия кумулятивного кварка с кварками-донорами в конечном состоянии. Изображены диаграммы для случаев $n = l = \tilde{l} = 2$ и $n = 2, l = 1, \tilde{l} = 0$, соответственно. Обозначения как на рис. 4.11.

верхнем блоке на рис. 4.11а, инклюзивное сечение образования кумулятивного партона входит в кинематическое области, где оно может быть описано трехреджеонной диаграммой, так как значение его скейлинговой переменной x после взаимодействия должно быть как можно ближе к ее значению до взаимодействия. Поэтому мы можем представить диаграмму на рис. 4.11а в виде, изображенном на рис. 4.12а.

Кроме того мы должны также принять во внимание возможность того, что часть (или даже все) взаимодействия кварка, накапливающего продольный импульс, с кварками-донорами, которые его ему отдают, могут происходить и в конечном состоянии. Пример диаграммы такого процесса показан на рис. 4.12b. Диаграммы на рис. 4.12а и b, конечно, не единственно возможные. Чтобы получить все такие диаграммы, необходимо для каждой диаграммы, с уже фиксированной схемой передачи импульса от кварков-доноров к быстрому кварку, рассмотреть все возможные варианты подсоединения реджеонов из трехреджеонного блока к этому активному кварку. Мы сейчас докажем, что суммарный вклад всех этих диаграмм зануляется вблизи порога, когда кварки-доноры теряют весь свой продольный импульс.

Пусть n - число доноров. Обозначим импульсы левого активного кварка до взаимодействия с реджеоном через $\kappa_0, \dots, \kappa_l$, а после этого взаимодействия через $\kappa'_l, \kappa'_{l+1}, \dots, \kappa'_n \equiv \kappa$. Соответствующие величины в правой части диаграммы мы будем обозначать, используя знак тильда (см. рис. 4.12). Рассмотрение проводим в переменных светового фронта $k =$

(k_{\pm}, k_{\perp}) . Кварки-доноры в конечном состоянии находятся на массовой оболочке, поэтому минус компоненты их импульсов ("энергии") равны:

$$k_{i-} = (m^2 - k_{i\perp}^2)/2k_{i+} \equiv \mu_i. \quad (4.44)$$

Тогда из закона сохранения энергии мы находим для значений энергии активного кварка:

$$\kappa_{i-} = Np_{1-} - \sum_{n+1}^{N-1} \mu_j - \sum_1^i \mu_j - \sum_{i+1}^n k_{j-}^{(0)}, \quad i = 1, 2, \dots, l \quad (4.45)$$

и

$$\kappa'_{i-} = \kappa_{-} + \sum_{i+1}^n (\mu_j - k_{j-}^{(0)}), \quad i = l, l+1, \dots, n-1, \quad (4.46)$$

где N - общее количество партонов в ядре, а $k_i^{(0)}$ - импульсы доноров перед взаимодействием в левой части диаграммы. Интегрирования по $k_i^{(0)}$ могут быть легко выполнены, поскольку все полюса возникающие из пропагаторов активного кварка лежат с противоположной стороны вещественной оси по отношению к полюсам пропагаторов кварков-доноров. В результате интегрирования $k_{i-}^{(0)}$ заменяются на $\mu_i^{(0)}$ в (4.45) и (4.46). В пределе, когда кварки-доноры теряют весь свой продольный импульс, μ_i становятся большими, и из формул (4.45) и (4.46) мы находим следующие выражения для i -го пропагатора активного кварка:

$$1/\sum_1^i \mu_j, \quad i = 1, 2, \dots, l \quad (4.47)$$

и

$$-1/\sum_{i+1}^n \mu_j, \quad i = l, l+1, \dots, n-1 \quad (4.48)$$

Теперь мы переходим к анализу трехреджеонного блока. Импульс левого реджеона равен:

$$q = \kappa'_l - \kappa_l \quad (4.49)$$

Поэтому $q_{-} = \sum_1^n \mu_i$. Вычисляя еще q_{+} и q_{\perp} мы находим:

$$q^2 = -2p_{1+}(\Delta - \sum_1^n x_i) \sum_1^n \mu_i + (\kappa + \sum_1^{N-1} k_i)_{\perp}^2 \quad (4.50)$$

Здесь x_i - скейлинговые переменные доноров в конечном состоянии, $x_i \rightarrow 0$; $\Delta = n + 1 - x$, где x - скейлинговая переменная образующегося кумулятивного кварка. Все скейлинговые переменные определены здесь относительно среднего продольного импульса приходящегося на каждый партон ядра. В нашем приближении, они в три раза больше, чем стандартные, определенные относительно начального импульса, приходящегося на один нуклон ядра. На пороге $\Delta \rightarrow 0$. Важно отметить, что как

видно из (4.50), q^2 не зависит от l , то есть от места присоединения реджеона.

Однако, некоторая зависимость от l все еще остается в самом трехреджеонном блоке. Этому блоку соответствует следующее выражение:

$$g(t)(s_l \tilde{s}_i)^{\alpha(t)} (M^2)^{\alpha(0)-2\alpha(t)}, \quad t = q^2. \quad (4.51)$$

Здесь q^2 дается формулой (4.50); $g(t)$ - трехреджеонная вершина; $M^2 = (\Delta - \sum_1^n x_i)s$, где s - стандартная энергетическая переменная; $s_l = \xi_l s$, где ξ_l - скейлинговая переменная активного кварка в момент его взаимодействия с реджеоном в левой части диаграммы, а \tilde{s}_i - аналогичная величина для правой части диаграммы. В формуле (4.51) все три реджеона - это помероны с траекторией $\alpha(t)$.

Необходимо также учесть, что при присоединении реджеона к l -ому пропагатору активного кварка, последний расщепляется на два, что приводит к появлению дополнительного фактора $1/\xi_l$ (по сравнению с рассмотренным ранее случаем вычисления такого рода диаграмм для спектаторного механизма, рис. 4.12b). С включением этих двух дополнительных множителей $1/\xi_l$ и $1/\tilde{\xi}_i$, трехреджеонному блоку вместо (4.51) теперь будет соответствовать выражение:

$$g(t)s^{\alpha(0)}(\xi_l \tilde{\xi}_i)^{\alpha(t)-1}(\Delta - \sum_1^n x_i)^{\alpha(0)-2\alpha(t)} \quad (4.52)$$

Выше мы предполагали, что полные сечения практически постоянны и лишь слабо (логарифмически) зависят от начальной энергии, что отвечает эффективному померонному интерсепту $\alpha(0) = 1$. В этом случае выражение (4.52) также слабо зависит от l и \tilde{l} (эта зависимость входит только через $\xi_l^{\alpha't}$, где $\alpha't$ мало). В пренебрежении этой слабой зависимостью, множитель, отвечающий трехреджеонному блоку, не зависит от места его прикрепления к пропагатору активного кварка и является общим для всех диаграмм данного типа (с фиксированной схемой передачи продольного импульса от кварков-доноров к быстрому кварку и отличающихся только точками прикрепления реджеонов к пропагатору активного кварка, рис. 4.12).

Теперь мы можем суммировать все такие диаграммы, забывая на время об этом общем множителе, отвечающем трехреджеонному блоку. Диаграммы с различными точками присоединения реджеонов (l и \tilde{l}) будут отличаться только видом пропагаторов активного кварка. Так при присоединении реджеона к l -тому пропагатору активного кварка для пропагаторов этого кварка в левой части диаграммы согласно (4.48) и (4.49)

мы будем иметь:

$$\prod_{i=1}^l (1/\sum_1^i \mu_j) \prod_{i=l}^{n-1} (-1/\sum_{i+1}^n \mu_j) \quad (4.53)$$

Что после симметризации по мягким донорам дает:

$$(l!(n-l))^{-1}(-1)^{n-l} \prod_1^n 1/\mu_i = (-1)^{n-l} C_n^l n! \prod_1^n 1/\mu_i \quad (4.54)$$

Очевидно, что суммирование (4.54) по всем $l = 0, 1, \dots, n$ дает нуль. Таким образом в используемом приближении суммарный вклад всех диаграмм данного типа, отличающихся только точками прикрепления реджеонов к пропагатору активного кварка (рис. 4.12), равен нулю.

4.4 Сравнение поведения структурных функций ядра и спектров рождения частиц в кумулятивной области

4.4.1 Взаимодействие партонов и адронные сечения

Как мы видели выше в параграфе 4.3.3 [288] основная часть вклада прямого механизма (рис. 4.11a), после учета взаимодействий в конечном состоянии, сокращается и вклад спектаторного механизма (рис. 4.11b) в рождение частиц в кумулятивной области оказывается доминирующим. Вклад последнего включает в себя амплитуды рассеяния партонов ядра на партонах налетающего адрона: $a = J_{qq} \tilde{a}$, где J_{qq} - соответствующий инвариантный поток, а амплитуды нормированы согласно (4.34). Как было показано в параграфе 4.3.1 [284], вблизи порога доминирует вклад спектаторных диаграмм, в которых все кварки-доноры взаимодействуют с налетающим на ядро адроном, и никакие другие партонны ядра с ним не взаимодействуют. Для случая, когда мы имеем n доноров, это приводит к тому, что в ответе для сечения рождения частиц в кумулятивной области появляется множитель \tilde{a}^n , которого не было при расчете структурной функции ядра в этой области (см. параграф 4.1.2). Именно этот множитель объясняет различный наклон спектров рождения кумулятивных частиц и структурной функции ядра при $x > 1$. Поэтому при описании экспериментальных данных параметризация амплитуды a и ее величина играют решающую роль.

Остановимся на этом вопросе подробнее. Разумеется, амплитуда a не является величиной, которую можно непосредственно измерить в эксперименте. Однако, ее можно связать с экспериментальными данными по

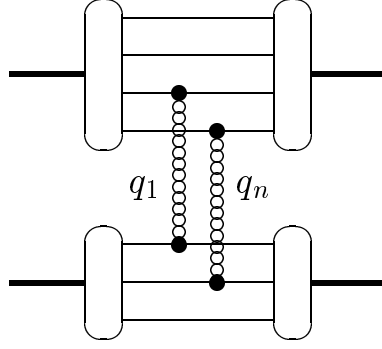


Рисунок 4.13: Амплитуда упругого рассеяния адронов в партонной модели. Обозначения как на рис. 4.11.

адронным взаимодействиям (pp или $p\bar{p}$) [167]. В используемой модели амплитуда упругого рассеяния адронов на малый угол может быть представлена через взаимодействия партонов так, как это показано, для примера, на диаграмме, изображенной на рис. 4.13. Вычисление этой диаграммы проводится аналогично тому, как мы это делали в параграфе 4.3.1 при вычислении вклада спектаторных диаграмм (рис. 4.11b).

Переходя в систему центра масс, мы убеждаемся, что в этой системе продольные компоненты $q_{i\pm}$ переданных импульсов малы. Верхняя часть диаграммы, отвечающая адрону, движущемуся вдоль оси z , не зависит от q_{i-} , а нижняя, отвечающая адрону, движущемуся навстречу, не зависит от q_{i+} . Интегрируя тогда по переменным $q_{i\pm}$, находим, что амплитуда упругого рассеяния двух адронов, содержащих, соответственно, M и N партонов, для случая, когда происходит n партон-партонных взаимодействий, дается следующим выражением:

$$iA_n^{(M,N)}(q_{\perp}) = n!C_M^n C_N^n \int \prod_1^n \left(\frac{d^2 q_{i\perp}}{(2\pi)^2} i\tilde{a}(q_{i\perp}) \right) \times \\ \times (2\pi)^2 \delta^2(q - \sum_1^n q_i) F_n^{(M)}(q_{i\perp}) F_n^{(N)}(q_{i\perp}) . \quad (4.55)$$

Здесь $F_n^{(M,N)}(q_{i\perp})$ - n -кратные поперечные форм-факторы для адронов, содержащих, соответственно, M и N партонов. Их Фурье образы дают плотности распределения партонов в поперечной плоскости (в плоскости прицельного параметра) $F_n^{(M,N)}(b_i)$. В результате амплитуда (4.55) может быть представлена в виде интеграла в этой поперечной плоскости:

$$iA_n^{(M,N)}(q_{\perp}) = n!C_M^n C_N^n \int d^2 B \exp(iqB) \prod_1^n [d^2 b_i d^2 b'_i \tilde{a}(B - b_i + b'_i)] \times \\ \times F_n^{(M)}(b_i) F_n^{(N)}(b'_i) . \quad (4.56)$$

Ясно, что это только часть вклада, происходящая от конфигурации с фиксированным числом партонов в сталкивающихся адронах. Суммируя по M и N , находим амплитуду упругого рассеяния адронов для случая n партонных взаимодействий:

$$iA_n(q_\perp) = (1/n!) \int d^2B \exp(iqB) \prod_1^n [d^2b_i d^2b'_i \tilde{a}(B - b_i + b'_i)] F_n(b_i) F_n(b'_i) , \quad (4.57)$$

где

$$F_n(b_i) = \sum_{M \geq n} (M! / (M - n)!) F_n^{(M)}(b_i) . \quad (4.58)$$

Чтобы продвинуться дальше, необходимо сделать некоторые предположения относительно вида многопартонных распределений $F_n(b_i)$. Простейшее состоит в том, чтобы считать партоны совершенно независимыми, предполагая, что их число подчиняется закону Пуассона, и многопартонные распределения факторизуются (ср. (4.39)):

$$F_n(b_1, \dots, b_n) = \nu^n \prod_1^n \eta(b_i) \quad (4.59)$$

Здесь ν - среднее число партонов в каждом из сталкивающихся адронов, а однопартонное распределение η нормировано на единицу:

$$\int d^2b \eta(b) = 1 \quad (4.60)$$

Подставляя (4.59) в (4.57) и суммируя по n мы приходим к эйкональной амплитуде упругого адрон-адронного взаимодействия (рис. 4.13):

$$iA(q_\perp) = \int d^2B \exp(iqB) [\exp(ip(B)) - 1] , \quad (4.61)$$

где эйконал равен

$$p(B) = \nu_p \nu_t \int d^2b d^2b' \eta_p(b) \eta_t(b') \tilde{a}(B - b + b') . \quad (4.62)$$

Значки p и t различают сталкивающиеся адроны ("projectile" и "target", хотя в системе центра масс для процесса на рис. 4.13 эти названия носят условный характер). Эта форма амплитуды совпадает с формой, возникающей в рамках модели многопомеронного обмена с факторизованными вершинами в работе [168]. При этом уравнение (4.62) описывает вклад однопомеронного обмена.

Обычно предполагают, что зависимость как распределения η , так и амплитуды \tilde{a} от прицельного параметра имеет гауссов характер:

$$\eta_{p,t}(r) = (1/\pi r_{p,t}^2) \exp(-r^2/r_{p,t}^2), \quad \tilde{a}(r) = (i\sigma/2\pi r_0^2) \exp(-r^2/r_0^2) \quad (4.63)$$

где мы считаем для простоты амплитуду \tilde{a} чисто мнимой, а σ - определено согласно (4.34). В этом предположении легко получаются простые выражения для эйконала, полного, упругого и неупругого сечений взаимодействия адронов, а также для наклона B^{el} дифференциального сечения упругого рассеяния в нуле:

$$\begin{aligned} p(B) &= i\zeta \exp(-B^2/R^2) , & \sigma^{tot} &= 2\pi R^2 \phi_1(\zeta) , \\ \sigma^{el} &= \pi R^2 (2\phi_1(\zeta) - \phi_1(2\zeta)) , & \sigma^{in} &= \pi R^2 \phi_1(2\zeta) , \\ B^{el} &= (R^2/2)\phi_2(\zeta)/\phi_1(\zeta) , \end{aligned} \quad (4.64)$$

где $R^2 \equiv r_p^2 + r_t^2 + r_0^2$ - квадрат полного радиуса взаимодействия,

$$\zeta = \nu_p \nu_t \sigma / (2\pi R^2) , \quad (4.65)$$

а функции $\phi_{1,2}(\zeta)$ определены следующим образом:

$$\phi_n(\zeta) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \zeta^k / (k! k^n) \quad (4.66)$$

Беря теперь отношение любых пар величин в (4.64) и сравнивая это отношение с его экспериментальным значением, можно определить значение ζ . Затем, используя одно из уравнений (4.64), можно определить R^2 . Далее исходя из этих фиксированных ζ и R^2 , можно из (4.65) определить произведение $\nu_p \nu_t \sigma$. Значения r_p и r_t также практически однозначно фиксируются из электромагнитных свойств адронов, что позволяет найти r_0 . Поэтому в конце остаются только два параметра: ν_p и ν_t - среднее число партонов в сталкивающихся адронах. При не очень высоких энергиях использование приближения валентных кварков представляется вполне достаточным, что подразумевает $\nu_p = \nu_t = 3$ для pp или $p\bar{p}$ взаимодействий.

Однако, как мы аргументировали выше, в начале этого параграфа, для определения различия в поведении спектров рождения частиц и структурной функции ядра в кумулятивной области, решающее значение имеет точность определения амплитуды \tilde{a} . С этой точки зрения, представленная выше (4.61)-(4.66) процедура нахождения параметров амплитуды \tilde{a} (4.63) не является вполне адекватной. Из формул (4.63) легко видеть, что она не оставляет места для дифракционных процессов. Это свойство чисто эйкональной амплитуды легко понять в рамках грибовского подхода к многократному рассеянию [120], где оно отвечает выделению в сумме по всем промежуточным состояниям только состояния начальной частицы. Простейший метод учета дифракционных процессов состоит в переходе

ξ	σ^{dif} (мбн)	$\sigma_1 = 3\sigma$ (мбн)	B^{el} (ГэВ ⁻²)
1,0	0	16,5	11,1
1,5	3,4	20,2	10,9
2,0	6,8	31,2	10,6
2,2	8,2	44,3	10,6
2,4	9,5	48,3	11,4

Таблица 4.1: Дифракционное сечение pp -рассеяния σ^{dif} , сечения партон-протонного рассеяния σ_1 и наклон B^{el} дифференциального сечения упругого pp рассеяния в нуле для различных значений дифракционного коэффициента ξ при энергии $\sqrt{s} = 23,5$ ГэВ.

от эйконоальной амплитуды (4.61) к квазиэйконоальной с дифракционным коэффициентом $\xi > 1$ [169]:

$$iA(q_{\perp}) = \xi^{-1} \int d^2 B \exp(iqB) [\exp(i\xi p(B)) - 1] \quad (4.67)$$

С учетом этого коэффициента уравнения (4.64) приобретают вид:

$$\begin{aligned} \sigma^{tot} &= \xi^{-1} 2\pi R^2 \phi_1(\zeta) , \\ \sigma^{el} &= \xi^{-2} \pi R^2 (2\phi_1(\zeta) - \phi_1(2\zeta)) , \\ \sigma^{in} &= \xi^{-1} \pi R^2 \phi_1(2\zeta) , \end{aligned} \quad (4.68)$$

при этом формула для B^{el} остается прежней. Из (4.68) следует, что величина дифракционного сечения равна:

$$\sigma^{dif} = (\xi - 1) \sigma^{el} , \quad (4.69)$$

так что новый дифракционный коэффициент ξ может быть определен непосредственно из эксперимента.

В рамках нашего партонного подхода квазиэйконоальная параметризация (4.67) означает, что вместо приближения (4.59) мы должны использовать следующее приближение:

$$F_n(b_1, \dots, b_n) = \xi^{(n-1)/2} \nu^n \prod_1^n \eta(b_i) \quad (4.70)$$

для каждого из сталкивающихся адронов.

Квазиэйконоальная параметризация требует гораздо большей величины исходной амплитуды \tilde{a} для согласования с наблюдаемыми экспериментальными сечениями, чем без учета дифракции, из-за дополнительных эффектов неупругого экранирования [120, 202, 203], порождаемых дифракционными состояниями (см. табл. 4.1). В этой таблице в первом

столбце приведено значение дифракционного коэффициента ξ . Во втором столбце приведено соответствующее дифракционное сечение pp -рассеяния, рассчитанное из (4.69), где σ^{el} взято равным 6,8 мбн при энергии $\sqrt{s} = 23,5$ ГэВ. В третьем столбце приведено значение сечения партон-протонного рассеяния σ_1 , вычисленное на основе уравнений (4.68) (из значения ζ при $\nu = 3$, т.к. в силу (4.65) $\sigma_1 \equiv \nu\sigma = 2\pi R^2 \zeta/\nu$). В последнем столбце приведен результирующий (4.64) наклон B^{el} дифференциального сечения упругого pp рассеяния в нуле, экспериментальное значение которого при энергии $\sqrt{s} = 23,5$ ГэВ составляет $11,8 \pm 0,30$ ГэВ⁻² [170].

Как видно из таблицы 4.1, величина партон-нуклонного сечения σ_1 сильно зависит от величины дифракционного коэффициента ξ . Для максимального значения $\xi \simeq 2,4$, совместимого с экспериментальными данными при энергии $\sqrt{s} = 23,5$ ГэВ, с учетом дифракционных процессов партон-нуклонное сечение σ_1 оказывается почти в три раза больше, чем без их учета при $\xi = 1$. При этом и сама абсолютная величина этого сечения σ_1 оказывается довольно большой (~ 50 мбн). Интересно отметить, что при описании структурных функций ядра в противоположной кинематической области, при малых значениях x , также делался вывод о необходимости введения партон-нуклонное сечение σ_1 того же порядка [171].

В этой связи уместно напомнить, что само партон-нуклонное сечение σ_1 не является непосредственно наблюдаемой величиной. Оно только входит в качестве параметра в выражения для адронных сечений. Упомянутое большое значение σ_1 вполне совместимо со всеми экспериментальными данными по протон-протонным взаимодействиям при энергии $\sqrt{s} = 23,5$ ГэВ. Это большое значение σ_1 приводит к физически разумным значениям pp -сечений в результате сильных эффектов экранирования, возникающих благодаря учету когерентного характера процесса взаимодействия кварков.

4.4.2 Численные результаты и обсуждение

Используя партонную амплитуду, параметры которой зафиксированы из соответствия вычисляемых адронных сечений с экспериментальными данными, так как это описано в предыдущем параграфе, мы можем теперь приступить к численной оценке вклада спектаторного механизма (рис. 4.11b) в процесс кумулятивного рождения. Для этого мы используем, полученные нами ранее формулы (4.38)-(4.43) с учетом их естественного обобщения на случай квазиэйконоального приближения (анало-

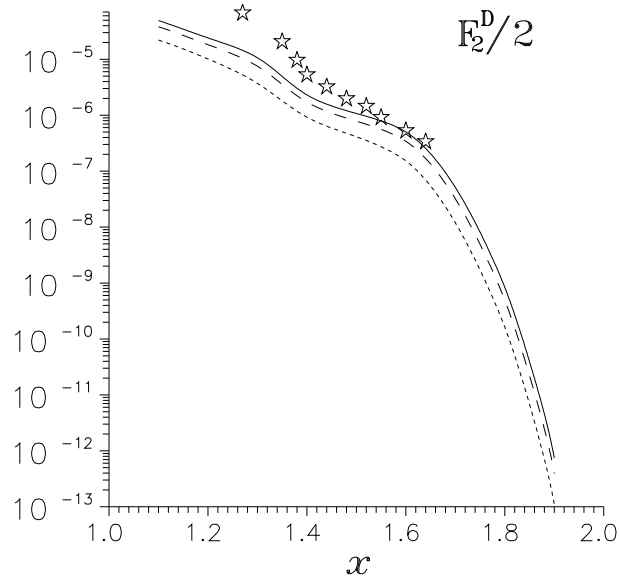


Рисунок 4.14: F_2^D - структурная функция дейтрона в области $x > 1$ при $Q^2 = 6$ ГэВ² (сплошная кривая), 20 ГэВ² (пунктир) и 500 ГэВ² (короткий пунктир). ☆ - экспериментальные данные [173] по структурной функции дейтрона при $0,8 \leq Q^2 \leq 6$ ГэВ².

гично переходу от (4.59) к (4.70)):

$$I_p(x) = D_p(x) \xi^{-\frac{1}{2}} \int d^2 B [4\pi m^2 j(B)]^p, \quad (4.71)$$

$$j(B) = \xi^{\frac{1}{2}} \nu \int d^2 b d^2 c \lambda^2(b) \eta(c) \sigma_{qq}(B + c - b) \quad (4.72)$$

где $\lambda(b)$ дается формулой (4.38), $\xi = 1 + \sigma^{dif}/\sigma^{el}$ - дифракционный коэффициент (4.69), а $\sigma_{qq}(r) = 2\text{Im} \tilde{a}(r) = (\sigma/\pi r_0^2) \exp(-r^2/r_0^2)$ согласно (4.34) и (4.63). $D_p(x)$ - то же самое кумулятивное распределение, что и в случае вычисления структурной функции ядра в параграфе 4.1.2 (см. выше (4.12), (4.13) и (4.25)). Мы здесь вернулись также к прежнему обозначению числа доноров через p .

Подобно структурной функции, результирующее инклюзивное сечение $I(x)$ рождения кумулятивной частицы с продольным импульсом $x p_z$ (p_z - продольный импульс, приходящийся на один нуклон ядра) в интервале (4.27): $p x_0 \leq x < (p+1)x_0$, $x_0 = 1/3$, проинтегрированное по поперечным импульсам, дается $I_p(x)$ (см. обсуждение в конце параграфов 4.1.2 и 4.3.2).

При вычислениях мы использовали максимально возможное значение дифракционного коэффициента $\xi=2,4$, совместимое с экспериментальными данными. Параметр r_H , определяющий распределение партонов $\eta_H(r) = (1/\pi r_H^2) \exp(-r^2/r_H^2)$ (4.63) в налетающем на ядро нуклоне, был выбран согласно [172] равным 0,61 Фм. Значение параметра $\gamma=0,014$, входящего в выражение (4.25) для кумулятивного распределения $D_p(x)$ фиксировалось из сравнения структурной функции дейтрона F_2^D , рассчитанной с его помощью по формуле (4.12) в кумулятивной области при $x=1,6$,

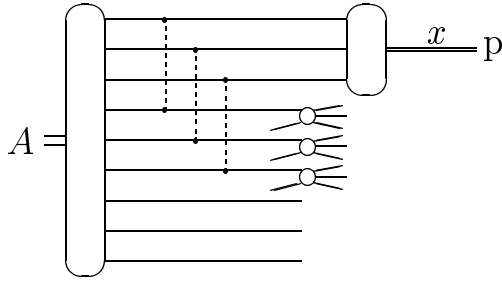


Рисунок 4.15: Простейшая диаграмма, иллюстрирующая образование кумулятивных ($x > 1$) протонов за счет механизма кварковой коалесценции.

с экспериментальными данными [173] (см. рис. 4.14). Далее это значение γ использовалось как для расчета структурных функций F_2^A ядер углерода ^{12}C и тантала ^{181}Ta в кумулятивной области, так и для расчета сечений выхода кумулятивных заряженных пионов в рамках спектаторного механизма (4.71), (4.72). Результаты этих расчетов, вместе с соответствующими экспериментальными данными [175, 176], приведены на рис. 4.16.

Прежде чем перейти к обсуждению результатов заметим, что мы не рассматриваем здесь процессы рождения кумулятивных протонов и барионов. Дело в том, что спектаторный механизм, описываемый диаграммами типа изображенной на рис. 4.11b, подразумевает, что весь большой продольный импульс сначала аккумулируется одним быстрым кварком, фрагментация которого и порождает кумулятивный адрон. Однако, как было отмечено в [284], для образования кумулятивных протонов более выгодным представляется процесс, когда за счет спектаторного механизма образуются сразу три быстрых валентных кварка, которые затем объединяются в кумулятивный протон (механизм кварковой коалесценции). Диаграмма для амплитуды простейшего процесса такого типа представлена на рис. 4.15. Ясно, что расчет процессов образования кумулятивных протонов за счет механизма кварковой коалесценции в общем случае требует рассмотрения гораздо более сложных диаграмм, чем диаграммы типа рис. 4.11b. Этому вопросу целиком посвящена следующая глава.

Из графиков на рис. 4.16 видно, что в кумулятивной области зависимость от x как ядерных структурных функций F_2^A , так и сечения выхода кумулятивных пионов I_A , проинтегрированного по поперечному импульсу, носит приближенно экспоненциальный характер:

$$F_2^A(x) \sim \exp(-b_0 x) \quad I_A(x) \sim \exp(-b_s x) . \quad (4.73)$$

Однако, наклоны этих функций b_0 и b_s оказываются разными. Рассчитанный наклон ядерных структурных функций оказывается порядка $b_0 \sim 16$,

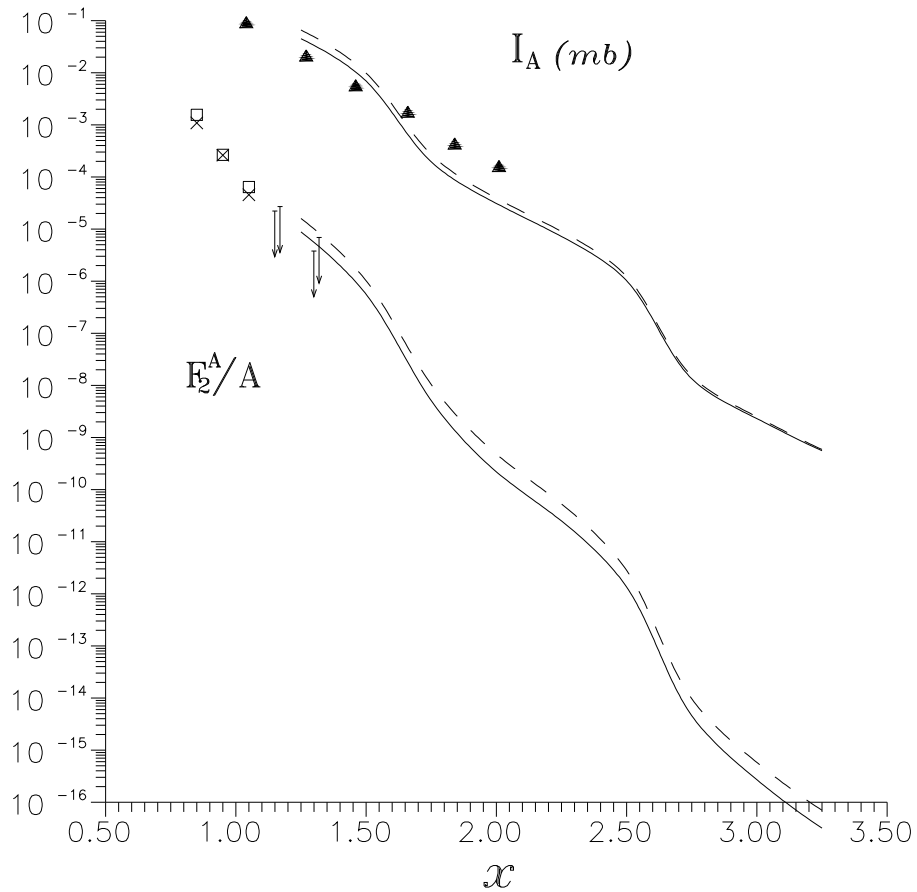


Рисунок 4.16: $I_A = \frac{x d\sigma}{Adx}$ (мбн) - инклюзивное сечение рождения (на нуклон) заряженных кумулятивных пионов из ядер ^{181}Ta при энергиях: $\sqrt{s} = 23,5$ ГэВ (сплошная кривая) и 1800 ГэВ (пунктир). \blacktriangle - экспериментальные данные [175] по рождению заряженных кумулятивных пионов из ядер ^{181}Ta под действием пучка протонов с энергией 400 ГэВ. F_2^A - структурные функции для ядер ^{181}Ta при $Q^2 = 50$ ГэВ² (пунктир) и ^{12}C at $Q^2 = 100$ ГэВ² (сплошная кривая). \square и \times - экспериментальные данные [176] по структурной функции ^{12}C при $Q^2 = 61$ ГэВ² и 150 ГэВ², соответственно.

а рассчитанный в рамках спектаторного механизма наклон спектра выхода кумулятивных пионов отвечает $b_s \sim 7 \div 9$. Это подтверждается и экспериментальными данными как по глубоко неупругому рассеянию на ядрах в кумулятивной области [173, 176], так и по рождению кумулятивных частиц в адрон-ядерных взаимодействиях [19, 174, 175], которые дают, соответственно, $b_0 \sim 16$ и $b_s \sim 6 \div 8$. (Некоторые волнообразные отклонения от этой экспоненциальной зависимости расчетных теоретических кривых вызваны тем фактом, что развиваемый подход позволяет обосновать процедуру вычисления этих величин лишь вблизи кумулятивных порогов, требуя той или иной аппроксимационной схемы для нахождения значений этих величин между порогом, см. обсуждение в конце параграфов 4.1.2.) Заметим, что представление на одном графике (рис. 4.16) двух величин разной размерности (ядерной структурной функции $F_2^A(x)$ и инклюзивного сечения рождения пионов $I_A(x)$) явля-

ется оправданным, когда мы интересуемся различием наклонов спектров этих величин в логарифмическом масштабе. Ясно, что изменение единиц измерения сечения I_A приведет в логарифмическом масштабе лишь к параллельному сдвигу этой функции вдоль оси ординат без изменения ее наклона.

Подчеркнем, что в развиваемом подходе удалось объяснить меньший наклон спектров рождения частиц в кумулятивной области по сравнению с наклоном структурной функции ядра в этой области благодаря двум обстоятельствам. Во-первых, благодаря взаимному сокращению вкладов, отвечающих прямому механизму (см. параграф 4.3.3). Во-вторых, благодаря пропорциональности вклада спектаторного механизма с p кварками-донорами p -ой степени партонной амплитуды \tilde{a} (см. (4.71) и (4.72)), вытекающей из полученного в параграфе 4.3.1 требования, что все доноры в доминирующих диаграммах должны участвовать во взаимодействии с налетающим адроном. Отметим, что более феноменологическое объяснение разницы наклонов этих функций в кумулятивной области было предложено в работе [158], в которой постулировалось существование и свойства многокварковых кластеров в ядрах, а для расчета сечений выхода частиц использовался формализм модели кварк-глюонных струн [86, 87].

Интересно попытаться оценить, каким значениям параметров m , R_1 и α в формуле (4.26) отвечает найденное выше значение параметра $\gamma = 0,014$. Если использовать в качестве m массу конституэнтного кварка 300 МэВ, а в качестве R_1 радиус свободного нуклона 0,7 Фм, то из (4.26) следует аномально большое значение $\alpha=1,9$. Однако, в нашем подходе параметр m , скорее, играет роль эффективного инфракрасного обрезания, а параметр R_1 , скорее, порядка радиуса нуклонного кора. В стандартной подходе с суперкритическим помером [86, 87] этот параметр R_1 (так называемый реджеонный радиус нуклона, см. ниже) определяет ширину формфактора вершины взаимодействия померона с нуклоном, при этом обычно используется значение $R_1=0,25 \div 0,3$ Фм [177, 178]. Если, с учетом сделанных замечаний, выбрать $m=200$ МэВ и $R_1=0,3$ Фм, то из (4.26) следует вполне разумное значение $\alpha=0,25$, хотя ясно, что точно определить таким образом значение каждого из этих параметров в отдельности невозможно (так, например, для $m=300$ МэВ и $R_1=0,25$ Фм из (4.26) находим $\alpha=0,22$). Как мы увидим в следующем разделе 4.5, более однозначно зафиксировать значение параметра m можно на основе анализа распределений по поперечному импульсу для кумулятивных пионов.

В заключение заметим, что для контроля надежности полученных результатов нами было также проведено альтернативное вычисление сечений рождения кумулятивных пионов с использованием реджеонной диа-

граммной техники [179] для описания взаимодействия доноров с налетающим на ядро адроном (протоном). В этом варианте вычисления проводились в импульсном пространстве (без перехода в пространство прицельных параметров), в качестве амплитуд a использовались пропагаторы померонов, а вместо распределения по прицельному параметру партоннов в налетающем нуклоне η использовалась вершина взаимодействия нуклона с p померонами: $g_N(\mathbf{q}_{1\perp}, \dots, \mathbf{q}_{p\perp})$. При этом предполагалось, что эта вершина факторизуется следующим образом:

$$g_N(\mathbf{q}_{1\perp}, \dots, \mathbf{q}_{p\perp}) = \xi^{\frac{p-1}{2}} \prod_{i=1}^p g_{NNP}(\mathbf{q}_{i\perp}), \quad (4.74)$$

что соответствует [178] квазиэikonальному приближению, использовавшемуся выше. Для функции $g_{NNP}(\mathbf{q}_{\perp})$, описывающей взаимодействие померона с нуклоном, использовалась гауссова параметризация со стандартными для теории с суперкритическим помероном [86, 87] значениями параметров [177, 178]: $\alpha(0) = 1,063 \div 1,07$, $\alpha'(0) = 0,25 \div 0,36 \text{ ГэВ}^{-2}$, $g_{NNP}(0) = 1,86 \div 2,0 \text{ ГэВ}^{-1}$ и $R_{NNP}^2 = 1,4 \div 2,3 \text{ ГэВ}^{-2}$, что отвечает $R_{NNP} = R_1 = 0,25 \div 0,3 \text{ Фм}$ (см. обсуждение выше). В результате этих вычислений для величины наклона спектра рождения пионов в кумулятивной области b_s (4.73) было получено значение, лежащее в тех же пределах $b_s \sim 7 \div 9$, как и в описанном выше подходе, основанном на определении параметров партонной амплитуды a непосредственно из данных по сечениям нуклон-нуклонного взаимодействия (см. параграф 4.4.1).

Если в этом подходе для грубой оценки использовать гауссову аппроксимацию для квадрата функции распространения мягкого кварка (4.38) $\lambda^2(b)$ в формуле (4.72), то ширина этого гаусса окажется равной $R_\lambda^2 \approx 1 \text{ ГэВ}^{-2}$. В этом грубом приближении удастся получить явную связь между наклонами (4.73) спектра рождения пионов (b_s) и структурной функции ядра (b_0) в кумулятивной области: $b_s = b_0 - 3 \ln \omega$, где $\omega = \xi^{\frac{1}{2}} \sigma_1 / (4\pi R^2)$. Квадрат полного радиуса взаимодействия в этом случае оказывается равен $R^2 = R_{NNP}^2 + \alpha'(0) \ln(s/s_0) + R_\lambda^2$, а параметры ξ и σ_1 приведены в таблице 4.1. Эта грубая оценка, с приведенными выше значениями параметров, дает $b_s \approx b_0 - 5$, что, учитывая ее грубость, согласуется с полученными выше результатами точных расчетов.

Таким образом мы приходим к выводу, что спектаторный механизм, при выборе партонных амплитуд с учетом дифракционных процессов, приводит к значительно меньшему наклону спектров рождения частиц $b_s \sim 7 \div 9$ (4.73) по сравнению с наклоном ядерной структурной функции $b_0 \sim 16$ в области $x > 1$.

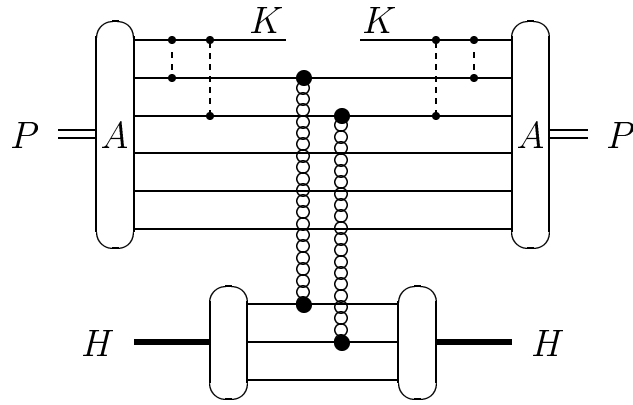


Рисунок 4.17: Пример диаграммы, описывающей рождение кумулятивного кварка с импульсом K в результате столкновения адрона с импульсом H и ядра A с импульсом P . Пунктирными и цепочечными линиями показаны, соответственно, глюонные и померонные обмены.

4.5 Рост поперечного импульса пионов со степенью их кумулятивности

В этом разделе рассмотрена зависимость вероятности образования кумулятивных пионов от поперечного импульса K_{\perp} . Найдено, что среднее значение K_{\perp} растет с ростом x в кумулятивной области. Показано, что полученные результаты находятся в согласии с имеющимися экспериментальными данными.

4.5.1 Введение

В предыдущих разделах настоящей главы мы убедились, что основной вклад в рождение кумулятивных пионов вносит спектаторный механизм, описываемый диаграммами типа изображенной на рис. 4.11b. Для удобства изложения и фиксации обозначений, используемых в настоящем разделе, мы приводим эту диаграмму еще раз на рис. 4.17.

Мы по-прежнему будем проводить рассмотрение в системе центра инерции, где ядро A быстро движется с импульсом P . При релятивистских энергиях импульс рожденного пиона K принадлежит кумулятивной области, если $K_z > P_z/A$. Напомним, что, как описано в предыдущих разделах настоящей главы, в нашем подходе рождение кумулятивного пиона происходит в два этапа. Сначала, p кварков-доноров в многокварковом флуктоне передают свой продольный импульс кумулятивному (активному) кварку. Затем этот кварк фрагментирует в кумулятивный пион. Этот

второй этап описывается известными функциями фрагментации кварка [166], и мы не будем его здесь рассматривать.

Что касается первого этапа, то ясно, что с увеличением степени кумулятивности (x), активный кварк должен взаимодействовать со всё большим числом доноров (p) во флуктоне. Это заставляет нас ожидать, что и средний поперечный импульс этого кумулятивного кварка будет расти с x . Такого рода простые физические аргументы были использованы в работе [205] для предсказания линейного роста $\langle K_{\perp}^2 \rangle$ с увеличением x . В кварковой картине такой механизм объясняет рост $\langle K_{\perp}^2 \rangle$ с x не только в кумулятивной, но также и в некумулятивной области, так как и в этом случае для получения больших значений x во взаимодействии должно участвовать большее число кварков. Мы ожидаем, что в рамках нашего подхода этот эффект также должен иметь место.

В предыдущих разделах настоящей главы этот вопрос остался не исследованным, так мы ограничились вычислением инклюзивного сечения рождения кумулятивных частиц проинтегрированного по поперечному импульсу, что приводило к определенным упрощениям (см. формулы (4.42) и (4.71)). Целью настоящего раздела является нахождение зависимости выхода кумулятивных пионов от поперечного импульса и вычисление величины среднего поперечного импульса пионов как функции x в кумулятивной области.

В работах [206]-[208] эта зависимость, а также величина $\langle K_{\perp}^2 \rangle$ исследовались экспериментально. Сравнение результатов наших расчетов с этими экспериментальными данными, которое мы проводим в последнем параграфе 4.5.5 этого раздела, позволяет получить дополнительные аргументы в пользу нашей модели, а также оценить величину одного из двух параметров модели (инфракрасного обрезания).

4.5.2 Нахождение зависимости выхода кумулятивных пионов от поперечного импульса

Повторяя вычисление диаграмм типа изображенной на рис. 4.17, описанное в параграфе 4.3.2 (формулы (4.35)-(4.41)) [284, 288, 292], но не ограничиваясь на этот раз только инклюзивным сечением уже проинтегрированным по поперечному импульсу, мы находим, что вся зависимость от поперечного импульса рожденной кумулятивной частицы K_{\perp} содержится в множителе:

$$J(K_{\perp}) = \int \rho_A(\underbrace{r, \dots, r}_{p+1} | \underbrace{\bar{r}, \dots, \bar{r}}_{p+1}) G(c_1, \dots, c_p) \times \quad (4.75)$$

$$\times \prod_{i=1}^p \lambda(c_i - r) \lambda(c_i - \bar{r}) d^2 c_i e^{i(\bar{r}-r)K_{\perp}} d^2 r d^2 \bar{r} .$$

Здесь ρ_A - трансляционно инвариантная кварковая матрица плотности ядра:

$$\rho_A(r_i | \bar{r}_i) \equiv \int \psi_{\perp A}(r_i, r_m) \psi_{\perp A}^*(\bar{r}_i, r_m) \prod_{m=p+2}^N d^2 r_m \quad (4.76)$$

где $\psi_{\perp A}$ - поперечная часть кварковой волновой функции ядра. Пропагатор мягкого кварка-донора согласно (4.38) дается:

$$\lambda(c) = K_0(m|c|)/(2\pi) \quad (4.77)$$

где m - масса конститuentного кварка, а K_0 - модифицированная функция Бесселя (функция Макдональда). Фактор, возникающий от взаимодействия ядра с налетающим адроном (H), имеет вид:

$$G(c_1, \dots, c_p) = \int \prod_{i=1}^p \sigma_{qq}(c_i - b_i) \bar{\eta}_H(b_1, \dots, b_p) d^2 b_i \quad (4.78)$$

где $\sigma_{qq}(c)$ - сечение кварк-кваркового взаимодействия при фиксированном значении прицельного параметра c (см. (4.34)) и

$$\bar{\eta}_H(b_1, \dots, b_p) \equiv \sum_{L \geq p} \frac{L!}{(L-p)!} \eta_H^{(L)}(b_1, \dots, b_p) \quad (4.79)$$

$$\eta_H^{(L)}(b_1, \dots, b_p) \equiv \eta_H(b_1, \dots, b_p) = \int |\psi_{\perp H}(b_i)|^2 \delta^{(2)}\left(\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L b_i\right) d^2 b_{p+1} \dots d^2 b_L$$

- многопартонное распределение в налетающем адроне (не трансляционно инвариантное, см. обсуждение в приложении 5.1 в конце следующей главы), выраженное через поперечную часть его партонной волновой функции $\psi_{\perp H}$.

Заметим, что если проинтегрировать $J(K_{\perp})$ по K_{\perp} , то мы приходим обратно к нашему старому результату (4.37), полученному в параграфе 4.3.2:

$$\int J(K_{\perp}) \frac{d^2 K_{\perp}}{(2\pi)^2} = \rho_A(\underbrace{0, \dots, 0}_{p+1} | \underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}) \int G(c_1, \dots, c_p) \prod_{i=1}^p \lambda^2(c_i - r) d^2 c_i d^2 r .$$

Если, как мы делали ранее, опять предположить, что многопартонное распределение $\bar{\eta}_H(b_1, \dots, b_p)$ факторизуется, то тогда $G(c_1, \dots, c_p)$ также факторизуется:

$$G(c_1, \dots, c_p) = \prod_{i=1}^p G_0(c_i) . \quad (4.80)$$

При этом, учитывая результаты параграфа 4.4.1 [288], мы для $\bar{\eta}_H$ должны использовать квази-эйкональное приближение (4.70):

$$\bar{\eta}_H(b_1, \dots, b_p) = \xi^{(p-1)/2} \nu_H^p \prod_{i=1}^p \eta_H(b_i) \quad (4.81)$$

где ξ - квазиэйкональный дифракционный коэффициент, ν_H - среднее число партонов в налетающем на ядро адроне, а однопартонное распределение $\eta_H(b)$ нормировано на единицу. В рамках гауссовой аппроксимации для $\sigma(c)$ и $\eta_H(b)$, которую мы использовали выше (4.63) (см. также параграф 4.4.2 после формулы (4.72)), мы имеем:

$$G_0(c) = \xi^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2p}} \frac{\nu_H \sigma}{\pi r_{0H}^2} e^{-\frac{c^2}{r_{0H}^2}} \quad (4.82)$$

где σ - полное сечение партон-партонного рассеяния (4.34), $r_{0H}^2 = r_0^2 + r_H^2$, r_0 и r_H - ширины распределений $\sigma_{qq}(c)$ и $\eta_H(b)$, соответственно.

С такой факторизованной функцией $G(c_1, \dots, c_p)$ (4.80) мы находим:

$$J(K_\perp) = \int \rho_A(\underbrace{0, \dots, 0}_{p+1} | \underbrace{\bar{r} - r, \dots, \bar{r} - r}_{p+1}) j^p(r, \bar{r}) e^{i(\bar{r}-r)K_\perp} d^2 r d^2 \bar{r}$$

где

$$j(r, \bar{r}) = \int d^2 c G_0(c) \lambda(c - r) \lambda(c - \bar{r}) .$$

Мы также воспользовались трансляционной инвариантностью ρ -матрицы. Заметим, что вблизи настоящих порогов, когда кроме активного кварка все остальные кварки флюктона являются донорами, отдающими активному кварку весь свой продольный импульс, мы имеем:

$$\rho_A(\underbrace{0, \dots, 0}_{p+1} | \underbrace{\bar{r} - r, \dots, \bar{r} - r}_{p+1}) = \rho_A(\underbrace{0, \dots, 0}_{p+1} | \underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}) .$$

Что касается промежуточных порогов, то в любом случае большие K_\perp отвечают малым $\bar{r} - r$, и мы можем вынести ρ_A из-под интеграла в нулевой точке. В оставшемся интеграле мы переходим к переменным:

$$B = \frac{r + \bar{r}}{2}, \quad b = \bar{r} - r ,$$

а также сдвигаем переменную интегрирования c , после чего получаем:

$$J(K_\perp) = \rho_A(\underbrace{0, \dots, 0}_{p+1} | \underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}) \int j^p(B, b) e^{ibK_\perp} d^2 b d^2 B \quad (4.83)$$

где

$$j(B, b) = \int G_0(B + c) \lambda(b/2 - c) \lambda(b/2 + c) d^2 c . \quad (4.84)$$

Отметим опять, как легко видеть из (4.83), интегрирование по K_\perp , дает $\delta^{(2)}(b)$ -функцию, что возвращает нас к нашим старым результатам (4.71) и (4.72).

4.5.3 Вычисление среднего поперечного импульса

Перейдем теперь к вычислению ширины распределения по K_{\perp} как функции p или, что тоже самое, как функции кумулятивного числа $x = (p + 1)/3$. С математической точки зрения обычно бывает проще вычислять среднеквадратичную ширину распределения - $\langle K_{\perp}^2 \rangle$. К сожалению, при попытке вычислить эту величину в нашем случае мы наталкиваемся на логарифмическую расходимость при больших K_{\perp} . Эта расходимость возникает из-за поведения $j(B, b)$ при малых b . Это поведение определяется поведением функции $\lambda(b)$ (4.77), которая имеет логарифмическую сингулярность при $|b| = 0$. После интегрирования в (4.84) с гладкой функцией $G_0(B + c)$ эта сингулярность сохраняется в $j(B, b)$.

Поэтому мы будем вычислять средний поперечный импульс $\langle |K_{\perp}| \rangle$, который в нашем случае оказывается конечным.

$$\langle |K_{\perp}| \rangle = \frac{1}{J_N} \int j^p(B, b) |K_{\perp}| e^{ibK_{\perp}} d^2 b d^2 B \frac{d^2 K_{\perp}}{(2\pi)^2} \quad (4.85)$$

где J_N такой же интеграл как в числителе, но без $|K_{\perp}|$. Записывая $|K_{\perp}|$ как $K_{\perp}^2/|K_{\perp}|$ и представляя K_{\perp}^2 через лапласиан Δ_b действующий на экспоненту, имеем:

$$\langle |K_{\perp}| \rangle = -\frac{1}{J_N} \int j^p(B, b) \Delta_b e^{ibK_{\perp}} d^2 b d^2 B \frac{d^2 K_{\perp}}{|K_{\perp}|(2\pi)^2} .$$

Дважды интегрируя по частям и используя соотношение

$$\int \frac{d^2 K_{\perp}}{|K_{\perp}|} e^{ibK_{\perp}} = \frac{2\pi}{|b|}$$

мы находим

$$\langle |K_{\perp}| \rangle = -\frac{1}{2\pi J_N} \int \frac{1}{|b|} \Delta_b j^p(B, b) d^2 b d^2 B .$$

Интегрируя еще один раз по частям, имеем:

$$\langle |K_{\perp}| \rangle = -\frac{1}{2\pi J_N} \int d^2 B \frac{d^2 b}{|b|^2} (n_b \nabla_b) j^p(B, b)$$

где $n_b = b/|b|$. После чего окончательно получаем:

$$\langle |K_{\perp}| \rangle = -\frac{p}{2\pi J_N} \int d^2 B \frac{d^2 b}{|b|^2} j^{p-1}(B, b) (n_b \nabla_b) j(B, b) \quad (4.86)$$

где $j(B, b)$ дается формулой (4.84), $\lambda(b)$ дается формулой (4.77), а

$$J_N = \int d^2 B j^p(B, b = 0) .$$

4.5.4 Дальнейшие упрощения

Чтобы упростить численные расчеты, мы используем описанное ниже приближение. Как ясно из асимптотики функции $K_0(z)$ при больших z

$$K_0(z) \simeq \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z}$$

функция $\lambda(b)$ (4.77) имеет ширину порядка m^{-1} . Функция $G_0(c)$ (4.82) является гладкой в начале координат и имеет ширину порядка $r_{0H} = \sqrt{r_0^2 + r_H^2}$, что существенно больше ширины $\lambda(b)$.

В силу этих соображений в формуле (4.84) мы можем вынести множитель $G_0(B+c)$ из-под интеграла по c в точке $c=0$, после чего имеем:

$$j(B, b) = G_0(B) \Lambda(b), \quad \Lambda(b) \equiv \int \lambda(c) \lambda(c-b) d^2 c = \frac{|b|}{4\pi m} K_1(m|b|). \quad (4.87)$$

Напомним, что K_0 и K_1 - модифицированные функции Бесселя (функции Макдональда). В результате в формуле (4.83) интегралы по B и b факторизуются:

$$J(K_\perp) = \rho_A \underbrace{(0, \dots, 0}_{p+1} | \underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}) \times \int G_0^p(B) d^2 B \times \int \Lambda^p(b) e^{ibK_\perp} d^2 b \quad (4.88)$$

и зависимость от K_\perp остается только во втором интеграле.

Из (4.87) ясно, что в этом приближении $\langle |K_\perp| \rangle$ зависит только от одного параметра - массы конститuentного кварка m , которая в нашем подходе играет роль инфракрасного обрезания. Простые вычисления дают:

$$\langle |K_\perp| \rangle = pm \int_0^\infty dz K_0(z) (z K_1(z))^{p-1} \quad (4.89)$$

Это позволяет связать m непосредственно с экспериментальными данными по зависимости выходов кумулятивных частиц от поперечного импульса.

4.5.5 Сравнение с экспериментальными данными и обсуждение

Интеграл в формуле (4.89) легко вычисляется численно. Для значений $p = 1, \dots, 12$ он очень хорошо аппроксимируется степенной зависимостью (см. рис. 4.18):

$$\langle |K_\perp| \rangle / m = 1.594 p^{0.625} \quad (4.90)$$

Как мы видим, рост $\langle |K_\perp| \rangle$ оказывается даже несколько более быстрым, чем можно было ожидать из простых физических соображений, изложенных во введении ($\sim \sqrt{p}$). Результирующие графики для $\langle |K_\perp| \rangle^2$ как

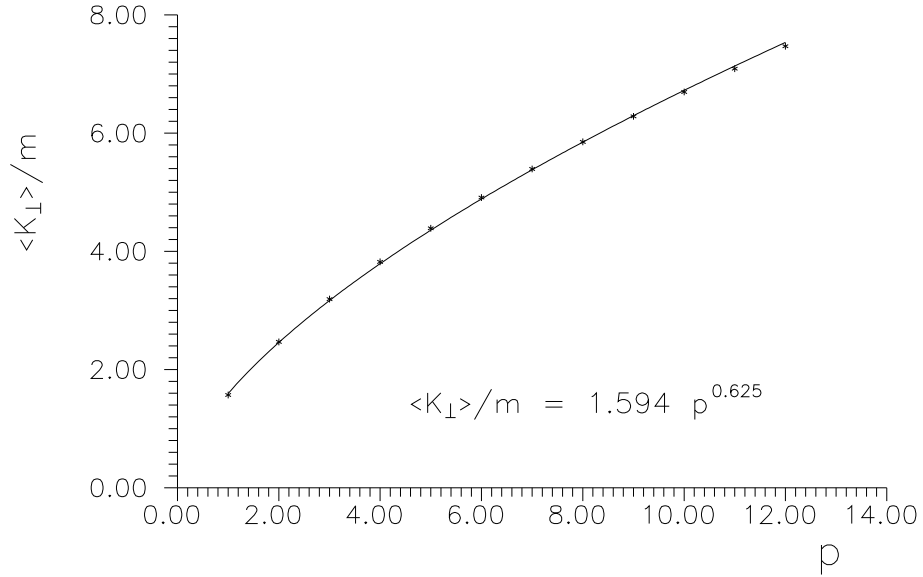


Рисунок 4.18: Значение $\langle |K_{\perp}| \rangle / m$ как функция p . Точки - результаты расчета по формуле (4.89), кривая - степенной фит (4.90).

функции кумулятивного числа $x = (p + 1)/3$ при различных значениях параметра m представлены на рис. 4.19 вместе с экспериментальными значениями $\langle K_{\perp}^2 \rangle$ [206], полученными в результате обработки данных по выходам кумулятивных пионов в экспериментах с налетающими на ядро пучками протонов при энергии 10 ГэВ [206]-[208] и 8,94 ГэВ [174, 209].

Отметим, что в более ранних публикациях группы [207, 208] сообщалось о более сильном увеличении $\langle K_{\perp}^2 \rangle$ с ростом x , вплоть до значения 2 (ГэВ/с)² при $x = 3$ для рожденных пионов. В нашем подходе это отвечает значению массы конституэнтного кварка m порядка 225 ÷ 250 МэВ. В более поздней публикации [206] приводимый рост $\langle K_{\perp}^2 \rangle$ несколько более слабый (в нашем подходе он соответствует значению m порядка 175 МэВ).

Авторы [206] объясняют это не столько новыми экспериментальными данными, сколько введением в работе [206] обрезания $K_{\perp \max}$ при нахождении $\langle K_{\perp}^2 \rangle$. Введение этого обрезания значительно (приблизительно в два раза) снижает экспериментальное значение $\langle K_{\perp}^2 \rangle$ при $x = 3$. На наш взгляд это является подтверждением того, что выходы кумулятивных пионов очень медленно убывают с K_{\perp} при фиксированном значении x , и поэтому интеграл от K_{\perp}^2 , который входит в определение $\langle K_{\perp}^2 \rangle$, плохо сходится или даже расходится, как в нашем подходе. Несомненно, представление экспериментальных результатов через средний поперечный импульс $\langle |K_{\perp}| \rangle^2$, а не через $\langle K_{\perp}^2 \rangle$, позволило бы снизить зависимость результатов от величины обрезания $K_{\perp \max}$ и сделать их более информативными.

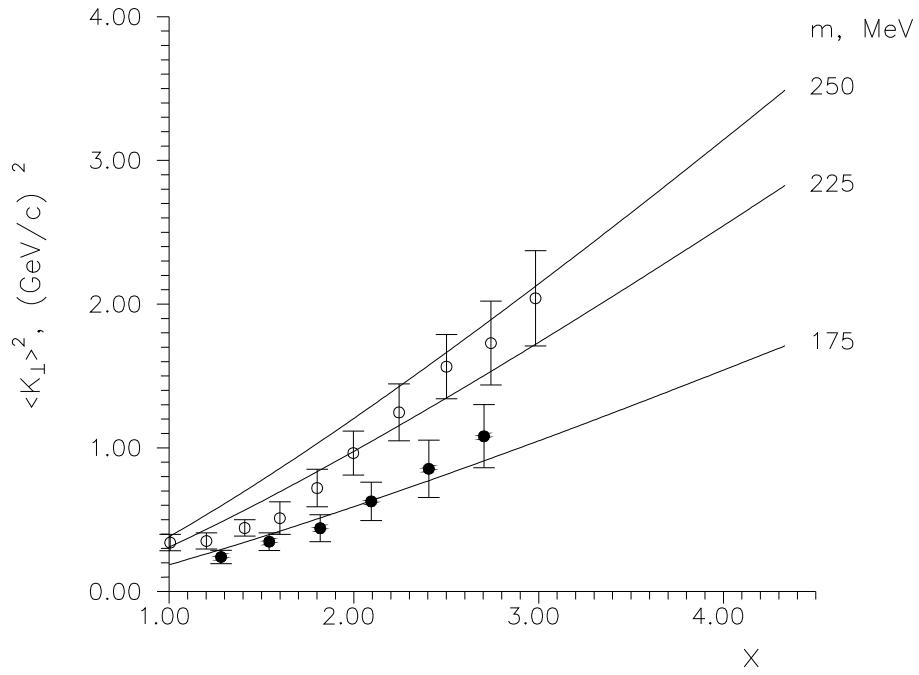


Рисунок 4.19: Значение $\langle |K_{\perp}| \rangle^2$ как функция кумулятивного числа $x = (p+1)/3$. Кривые - результаты расчетов по формуле (4.89) при различных значениях параметра m . Точки (●) - экспериментальные значения $\langle K_{\perp}^2 \rangle$, полученные с учетом обрезания (см. текст) в работе [206] в результате обработки экспериментальных данных по рождению кумулятивных пионов из ядер под действием протонов с энергией 10 ГэВ [206]-[208] и 8,94 ГэВ [174, 209]. Точки (○) - данные из более ранних публикаций [207, 208], полученные без введения обрезания.

Еще более надежным представляется сравнение с экспериментом не средних значений поперечного импульса кумулятивных частиц (4.89), а непосредственно самих распределений по поперечному импульсу (4.88) при фиксированном значении x . В этом случае не нужно делать дополнительных предположений о поведении спектров при больших K_{\perp} , которые необходимы при извлечении значения среднего поперечного импульса из экспериментальных данных. Такое непосредственное сравнение самих распределений по поперечному импульсу (4.88) с исходными экспериментальными данными [208] проводится нами в последнем параграфе следующей главы (см. конец раздела 5.2) для рождения кумулятивных пионов и протонов, одновременно. При этом все эти зависимости удается описать при значении единственного параметра m порядка 300 МэВ.