

Глава 5

Когерентная коалесценция на кварковом уровне и образование кумулятивных барионов

В этой главе анализируется процесс кварковой коалесценции (когерентного слипания кварков) как возможный, наряду с фрагментацией в адрон одного быстрого кварка, механизм формирования кумулятивных частиц в процессах взаимодействия адронов и ядер при высоких энергиях. В рамках кварк-партонной модели кумулятивных явлений, изложенной в предыдущей главе, фейнмановские диаграммы для механизма когерентного слипания кварков вычислены и просуммированы вблизи кумулятивных порогов.

Показано, что в механизме коалесценции возможны интерференционные эффекты двух типов: между вкладками, происходящими от разных диаграмм, и от квадрирования амплитуды процесса коалесценции для одной диаграммы. Найдено, что в пределе, когда радиус составляющего кварка считается гораздо меньше радиуса нуклона, интерференционными вкладками между разными диаграммами можно пренебречь. Однако, даже в этом случае необходимо учитывать интерференционные эффекты, возникающие при вычислении квадрата модуля любой амплитуды процесса коалесценции и обусловленные когерентным характером этого процесса.

В результате в первом разделе получены замкнутые формулы для описания процесса формирования кумулятивных частиц за счет когерентного слипания кварков. Во втором разделе эти общие формулы использованы для нахождения зависимости сечений выхода кумулятивных протонов от величины их поперечного импульса. Показано, что при одном и том же значении массы конституентного кварка ($m = 300$ МэВ) удастся без каких-либо других параметров описать зависимость от поперечного импульса как для кумулятивных пионов, так для кумулятивных протонов разной степени кумулятивности.

При этом экспериментально наблюдаемый [206]-[208] более медленный,

при увеличении степени их кумулятивности, рост среднего поперечного импульса протонов по сравнению с пионами объясняется тем, что кумулятивные протоны образуются главным образом за счет механизма кварковой коалесценции - когерентного объединения трех быстрых кварков в протон, тогда как в образование кумулятивных пионов основной вклад вносит стандартный механизм фрагментации одного быстрого кварка в пион.

Изложение в этой главе основано на работах [284, 289, 290, 291, 292, 294, 298, 304, 305].

5.1 Механизм когерентной кварковой коалесценции вблизи порога

5.1.1 Введение

В предыдущей главе был предложен подход позволяющий описать на кварковом уровне процесс рождения кумулятивных мезонов (в частности, пионов). В рамках этого подхода процесс образования кумулятивного пиона состоял в образовании в ядерном флуктоне одного быстрого кумулятивного кварка с последующей его фрагментацией в пион. Однако, как отмечалось нами еще в работах [284, 289, 290] (см. замечание в параграфе 4.4.2) и как подтвердил последующий анализ [291, 294, 298, 304, 305, 308], в случае образования кумулятивных нуклонов (например, протонов) предпочтительным является другой механизм, когда образование кумулятивного нуклона происходит путем образования сразу трех быстрых кумулятивных кварков с последующим объединением их в нуклон (см. рис. 4.15). Такой механизм получил в литературе название механизма когерентного объединения (когерентного слипания) или коалесценции (*coalescence*).

Идеи о том, что процесс адронизации кварка может происходить также путем его коалесценции (рекомбинации) с каким-либо из сопутствующих партонов, выдвигались давно [183, 188], в том числе и применительно к процессу образования кумулятивных частиц [51]. В рамках КХД они впервые рассматривались, видимо, в работе [210]. Позже подобный механизм кварковой коалесценции был использован при описании процессов образования адронов с тяжелыми кварками (*c* и *b*) из протонов и пионов вблизи кинематической границы реакции, когда очарованный адрон уносит значительную долю импульса начального протона (пиона) [211, 212]. Однако, в этих последних работах не были учтены интерференционные эффекты, возникающие при вычислении квадрата модуля любой амплитуды процесса коалесценции и обусловленные когерентным характером этого процесса.

В этом разделе показано, что в механизме коалесценции возможны ин-

терференционные эффекты двух типов: как между вкладками, происходящими от разных диаграмм, так и от квадрирования амплитуды процесса коалесценции для одной диаграммы. Показано также, что интерференционными вкладками между разными диаграммами можно пренебречь, в пределе, когда радиус составляющего кварка считается гораздо меньше радиуса нуклона. Однако, даже в этом случае необходимо учитывать интерференционные эффекты, возникающие при вычислении квадрата модуля любой амплитуды процесса коалесценции и обусловленные когерентным характером этого процесса.

Суть здесь состоит в том, что процесс коалесценции необходимо рассматривать не на языке вероятностей и сечений, а на языке амплитуд. Этот вопрос подробно анализировался нами ранее, еще при изучении процессов коалесценции на нуклонном уровне во второй главе (см. раздел 2.1) [269, 274, 277, 279, 278], на кварковом уровне на важность его учета также обращали внимание авторы [51],[213]-[216]. Поскольку процесс объединения кварков носит когерентный характер, то его описание на языке амплитуд, обеспечивающее правильный учет этих интерференционных эффектов является безусловно необходимым.

К сожалению, в работах [211, 212], при использовании механизма кварковой коалесценции для описания рождения очарованных частиц, это не было сделано. В этих работах сначала вычисляется сечение образования двух кварков, и только затем выполняется интегрирование по их относительному импульсу, что полностью противоречит когерентности процесса слипания кварков.

То, что учет этих интерференционных эффектов, обусловленных когерентным характером процесса коалесценции, является чрезвычайно важным, показывает наш опыт анализа механизма коалесценции на нуклонном уровне при изучении процесса рождения дейтронов и легких фрагментов из атомных ядер за счет слияния нуклонов (см. главу 2) [269, 274, 277, 279, 278]. Там было показано, что отсутствие учета этих эффектов приводит к тому, что часто используемое выражение для коэффициента коалесценции, полученное в классической работе [122], в которой основная роль в формировании связанного конечного состояния нуклонов отводилась влиянию оптического ядерного потенциала, является некорректным, как с точки зрения его вывода (см. раздел 2.1), так и с точки зрения полученного результата (см. разделы 2.2 и 2.3) [269, 274, 277].

Корректные формулы для коэффициента коалесценции, с учетом когерентного характера этого процесса, были получены нами для случая слияния нуклонов в работах [277, 279, 278]. В этих же работах они были применены для описания процессов рождения кумулятивных дейтронов и других

легких ядерных фрагментов за счет этого механизма. В этих работах путем анализа фейнмановских диаграмм для амплитуд, описывающих процесс коалесценции с учетом его когерентного характера, было также показано, что правильный учет интерференционных эффектов, а также возможности того, что объединяющиеся впоследствии частицы могут испускаться из разных точек ядра, позволяет объяснить нетривиальную угловую зависимость выходов частиц образующихся в результате коалесценции (см. разделы 2.3 и 2.4).

Перенесенные на кварковый уровень, эти идеи в результате привели нас к заключению о доминировании процесса когерентной кварковой коалесценции при формировании кумулятивных барионов над процессами, когда кумулятивный барион образуется в результате фрагментации одного быстрого кварка [284, 289, 290, 291, 294, 308, 298, 304, 305]. Детальное описание вычислений сечений рождения кумулятивных барионов за счет механизма когерентной кварковой коалесценции содержится в работах [294, 304].

В этом разделе нашей целью является изложение математического формализма пригодного для описания процесса формирования кумулятивных частиц путем когерентного объединения нескольких быстрых кварков в процессах взаимодействия адронов и ядер при высоких энергиях.

Напомним, что мы следуем подходу, основанному на предположении о существовании, так называемых, составляющих или конституентных (constituent) кварков (см., например, работы [180]-[204]). При этом предположение о существовании в нуклоне двух характерных размеров - радиуса составляющего кварка и радиуса нуклона - также используется в определенный момент для упрощения задачи. Ввиду сложности рассматриваемых диаграмм мы по-прежнему не учитываем спины составляющих кварков, считая их скалярными.

Как и в предыдущей главе важным упрощающим фактором, который позволяет продвинуться в решении задачи, является ограничение рассмотрением этих процессов лишь вблизи кумулятивных порогов, т.е. когда кумулятивная частица уносит практически весь импульс тех нуклонов ядра, на которых она образуется. Отклонение от соответствующего кинематического порога и является тем малым параметром, в главном порядке по которому и строится математическое описание.

Ниже в этом разделе подробно изложен описанный подход, позволяющий получить замкнутые формулы для описания процесса формирования кумулятивных частиц за счет механизма когерентного слипания кварков.

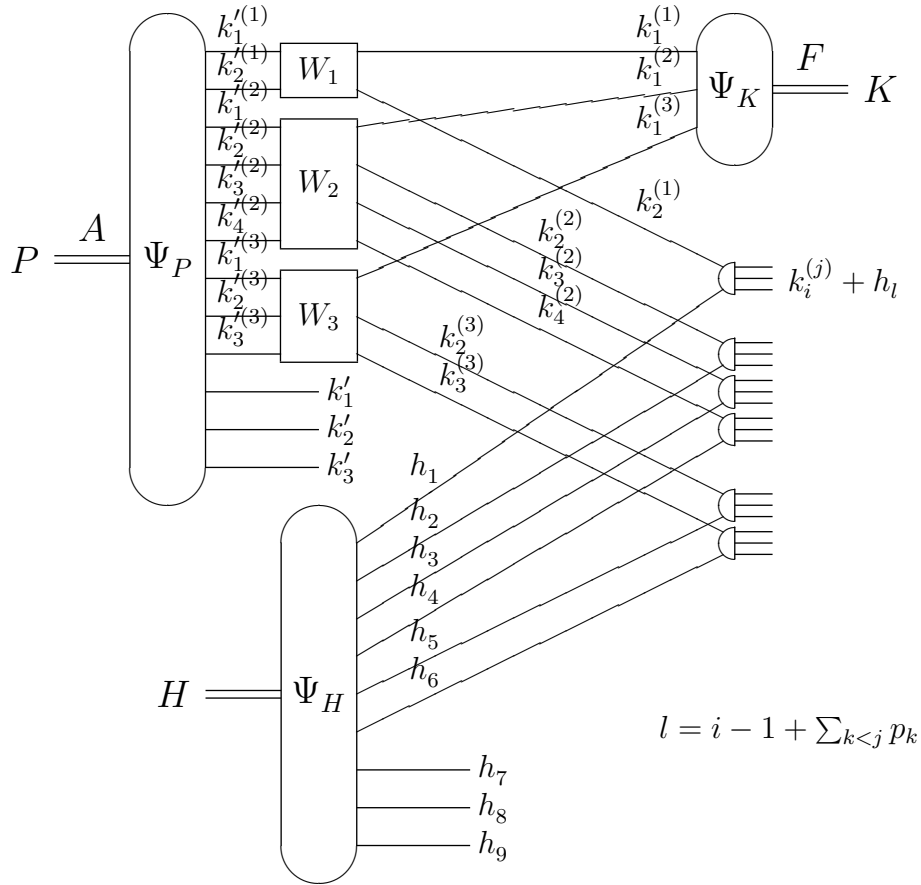


Рис. 5.1: Диаграмма для амплитуды процесса коалесценции кварков вблизи кумулятивного порога.

5.1.2 Анализ диаграмм

На рис.5.1 представлена диаграмма взаимодействия налетающего адрона (H) с малонуклонным кластером (A) ядра. H - импульс налетающего адрона, P - импульс Nq -кластера, N - число конституентных кварков в ядерном кластере: $N = 6, 9, 12, \dots$ K - импульс кумулятивного адрона (F), образующегося путем объединения нескольких кварков кластера. Обозначим через n - число этих объединяющихся ("активных") кварков, а через $k_1'^{(j)}$ и $k_1^{(j)}$ их импульсы до и после обмена глюонами в блоках W_j , $j = 1, \dots, n$. Очевидно, что

$$\sum_j k_1^{(j)} = K$$

Через p_j мы обозначим число кварков-"доноров" которые передают свои продольные импульсы данному j -тому активному кварку. Их импульсы до и после глюонных обменов обозначим через $k_i'^{(j)}$ и $k_i^{(j)}$, $j = 1, \dots, n$; $i = 2, \dots, p_j + 1$. Пусть p - общее число доноров $p = \sum_j p_j$. Условимся считать, что \sum_j всегда распространяется на $j = 1, \dots, n$, а \sum_i на $i = 1, \dots, p_j + 1$, если нет никаких других прямых указаний. Как было показано в преды-

душей главе [284] все доноры должны провзаимодействовать с налетающим адроном. Если мы еще обозначим через k'_m , $m = 1, \dots, M$ - импульсы кварков-спектаторов, которые не являются донорами, то

$$\sum_{j,i} k_i'^{(j)} + \sum_m k'_m = P$$

и $n + p + M = N$.

Определим переменные светового фронта для ядерного кластера следующим образом: $x_i^{(j)'} = k_{i+}'^{(j)}/p_+$, $x'_m = k'_{m+}/p_+$, $x_i^{(j)} = k_{i+}^{(j)}/p_+$, $x_P = P_+/p_+$, и аналогично для образующегося адрона: $x_K = K_+/p_+$, где p_+ - некий произвольно большой импульс. Для адрона летящего навстречу ядру, соответственно, имеем $y_i = h_{i-}/p_+$, $i = 1, \dots, L$ и $y_H = H_-/p_+$. Кумулятивной для рождающегося адрона (F) в этих переменных является область $x_K > 3x_P/N$.

Анализ диаграмм типа изображенной на рис. 5.1 в общем случае чрезвычайно сложен, но как показано в работах [284, 288, 292, 304] вблизи кинематических порогов, когда быстрые кварки $k_1^{(j)}$ ($j = 1, \dots, n$) уносят весь импульс соответствующего малонуклонного кластера ядра, имеют место значительные упрощения. В этом случае удастся построить своего рода теорию возмущений, где параметром малости служит отклонение от порога. При этом мы можем ограничиться рассмотрением лишь валентных кварков, поскольку речь идет и формировании кумулятивных протонов, имеющих импульс больший, чем импульс, приходящийся на один нуклон ядра.

В этой главе, также как и в предыдущей, мы рассматриваем процесс фрагментации ядра в кумулятивную частицу в системе отсчета, где оно быстро движется, подобно тому, как это делалось в первоначальных экспериментальных работах [8]-[13], в которых был обнаружен эффект образования быстрых кумулятивных пионов, уносящих значительно больше половины импульса ускоренного дейтрона.

Обозначим через A амплитуду, возникающую после присоединения к диаграмме, изображенной на рис.5.1 соответствующей сопряженной диаграммы, а через J - инвариантный поток, $J = 2P_+2H_-$. Тогда действуя также как в разделе 4.3 [284, 292], получим для инклюзивного сечения рождения кумулятивного адрона посредством механизма объединения кварков следующее выражение (мы используем черту для обозначения переменных в сопряженной диаграмме):

$$(2\pi)^3 2x_K \frac{d^3\sigma}{dx_K dK_\perp} = \frac{1}{J} \text{Disc } A(0) = 2x_K C I_p \times \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned}
& \times \int \left[\Psi_P(x_i^{(j)'}, x'_m; k_{i\perp}^{(j)'}, k'_{m\perp}) W(x_i^{(j)'}; x_1^{(j)}) \prod_j \frac{1}{x_1^{(j)}} \Psi_K^*(x_1^{(j)}, k_{1\perp}^{(j)}) \times \right. \\
& \quad \times \delta(\sum_{j,i} x_i^{(j)'} + \sum_m x'_m - x_P) \times \\
& \quad \times \left. \prod_{j,i} \frac{dx_i^{(j)'}}{2x_i^{(j)'}} \prod_{j,i=2}^{p_j+1} \frac{1}{m^2 + k_{i\perp}^{(j)2}} (2\pi)^3 \delta^{(2)}(\sum_{j,i} k_{i\perp}^{(j)'} + \sum_m k'_{m\perp} - P_\perp) \prod_{j,i} \frac{dk_{i\perp}^{(j)'}}{(2\pi)^3} \right] \times \\
& \times \left[(\dots) \rightarrow (\overline{\dots}), \bar{x}'_m = x'_m, \bar{k}'_{m\perp} = k'_{m\perp} \right]^* (2\pi)^3 \delta^{(2)}(\sum_{j,i=2}^{p_j+1} k_{i\perp}^{(j)'} + \sum_m k'_{m\perp} + K_\perp - P_\perp) \times \\
& \quad \times \prod_{j,i=2}^{p_j+1} \frac{dk_{i\perp}^{(j)'}}{(2\pi)^3} \prod_m \frac{dx'_m}{2x'_m} \frac{dk'_{m\perp}}{(2\pi)^3} \sigma_{qq}(q_{i\perp}^{(j)}) (2\pi)^2 \delta^{(2)}(\sum_{j,i=1}^{p_j} q_{i\perp}^{(j)}) \prod_{j,i=1}^{p_j} \frac{dq_{i\perp}^{(j)'}}{(2\pi)^2} \times \\
& \quad \times \int \Psi_H(y_i, h_{i\perp}) \Psi_H^*(y_i, h_{i\perp} - \tilde{q}_{i\perp}) \delta(\sum_{i=1}^L y_i - y_H) (2\pi)^3 \delta^{(2)}(\sum_{i=1}^L h_{i\perp} - H_\perp) \prod_{i=1}^L \frac{dy_i}{2y_i} \frac{dh_{i\perp}}{(2\pi)^3}
\end{aligned}$$

где партонные волновые функции нормированы следующим образом

$$\begin{aligned}
& \int \left| \Psi_P(x_i^{(j)'}, k_{i\perp}^{(j)'}) \right|^2 \delta(\sum_{j,i} x_i^{(j)'} + \sum_m x'_m - x_P) \prod_{j,i} \frac{dx_i^{(j)'}}{2x_i^{(j)'}} \times \\
& \quad \times (2\pi)^3 \delta^{(2)}(\sum_{j,i} k_{i\perp}^{(j)'} + \sum_m k'_{m\perp} - P_\perp) \prod_{j,i} \frac{dk_{i\perp}^{(j)'}}{(2\pi)^3} = 1
\end{aligned} \tag{5.2}$$

Детали вычислений можно найти в [294]. C - комбинаторный коэффициент, анализ которого приведен ниже.

Важно отметить следующее. В случае реального порога, когда все спектаторные кварки являются донорами ($M = 0$, $N = n + p$), то условие, что активные кварки уносят весь продольный импульс кластера $x_K \rightarrow x_P$, автоматически приводит к выполнению условия $x_i^{(j)} \rightarrow 0$ для всех доноров. Это оправдывает применение теории возмущений КХД и ограничение минимально необходимым числом глюонных обменов в блоках W_j . В случае же промежуточного порога, когда есть кварки-спектаторы не являющиеся донорами ($M > 0$, $N = n + p + M$), условие $x_K \rightarrow (n + p)x'_0$ где $x'_0 = x_P/N$ будет вести к малости $x_i^{(j)}$ для всех кварков-доноров только, если предположить, что партонная волновая функция $\Psi_P(x_i^{(j)'})$ имеет достаточно узкий пик в центральной точке при $x_i^{(j)'} = x'_0$.

Как было показано в [284, 292, 298] (см. параграфы 4.1.2 и 4.3.2) вблизи порога результат автоматически пропорционален I_p , что соответствует правилам кваркового счета [35]-[38],[43, 44].

$$I_p = \frac{1}{2^p} \frac{\Delta^{2p-1}}{(2p-1)!} \tag{5.3}$$

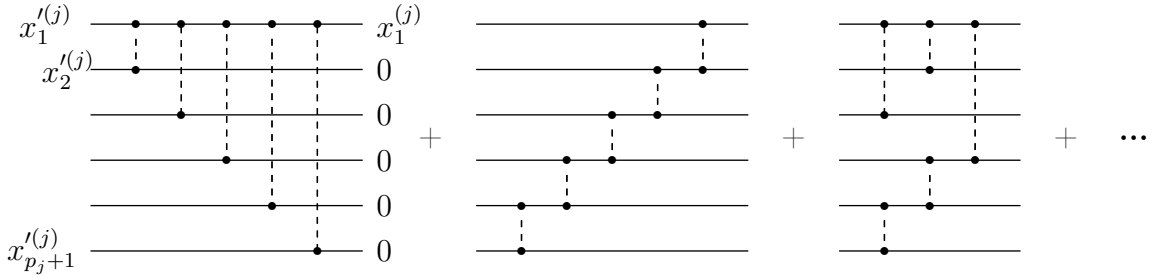


Рис. 5.2: Пример диаграмм, которые дают вклад в W_j вблизи порога при $p_j = 5$.

где Δ - отклонение от порога - есть наш параметр малости:

$\Delta = (n+p)x'_0 - x_K$, или для реального порога $\Delta = x_P - x_K$.

Для W и \bar{W} мы имеем

$$W(x_i^{(j)'}; x_1^{(j)}) = \prod_j W_j(x_i^{(j)'}; x_1^{(j)}) \quad \bar{W}(\bar{x}_i^{(j)'}; \bar{x}_1^{(j)}) = \prod_j \bar{W}_j(\bar{x}_i^{(j)'}; \bar{x}_1^{(j)}) ,$$

где каждый блок W_j и \bar{W}_j представляет собой сумму всех диаграмм с различными вариантами минимально необходимого числа жестких глюонных обменов (см. рис.5.2).

Процедура суммирования этих диаграмм вблизи порога на основе рекуррентных соотношений была предложена нами в [284] (см. раздел 4.2). Кроме глюонных обменов эти диаграммы включают также "внутренние" (между глюонными обменами) кварковые пропагаторы (см. подробности в [284, 292]). В результате на каждый глюонный обмен надо включить ($\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}\alpha_s$):

$$\begin{array}{c} x'_1 \text{---}\bullet\text{---} x_1 \\ \vdots \\ x'_2 \text{---}\bullet\text{---} x_2 \end{array} = 4\pi\alpha \frac{(x_1 + x'_1)(x_2 + x'_2)}{(x_1 - x'_1)^2} .$$

и на каждый "внутренний" кварковый пропагатор:

$$\begin{array}{c} \bullet \\ \vdots \\ \bullet \end{array} = \frac{1}{x_i}$$

Позже мы будем предполагать, что партонная волновая функция кластера $\Psi_P(x_i^{(j)'})$ имеет узкий пик в центральной точке при $x_i^{(j)'} = x'_0 = x_P/N$. При этом условии мы можем вынести W из под интеграла в этой центральной точке, вспоминая, что все $x_i^{(j)} \rightarrow 0$ для $i > 1$ и как следствие $x_1^{(j)} = (p_j + 1)x'_0 \equiv x^{(j)}$.

$$\langle W \rangle \equiv W(x_i^{(j)'} = x'_0; x_1^{(j)} = (p_j + 1)x'_0) = \prod_j \frac{(4\pi\alpha)^{p_j}}{(x'_0)^{p_j-1}} X_{p_j} = \frac{(4\pi\alpha)^p}{x'^{p-n}} \prod_j X_{p_j} \quad (5.4)$$

где X_{p_j} - сумма всех диаграмм блока W_j в центральной точке. Величины X_{p_j} те же самые, что и в разделе 4.2 [284, 292], Это результат суммирования всех диаграмм, изображенного на рис.5.2 типа, когда p_j+1 начальных кварков с одинаковыми продольными импульсами $x'_0 p_z$ в результате жестких

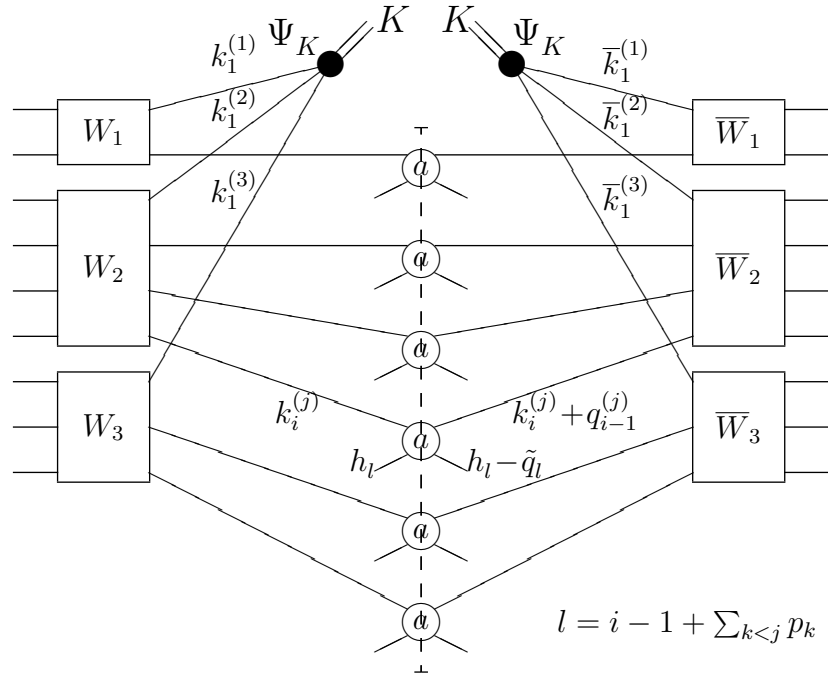


Рис. 5.3: Диагональный вклад в механизме коалесценции.

глюонных обменов переходят в активный кварк с импульсом $(p_j + 1)x'_0 p_z$ и p_j кварков-доноров с нулевым продольным импульсом.

В общем случае

$$x_1^{(j)} = \sum_{i=1}^{p_j+1} x_i^{(j)'} \quad k_{1\perp}^{(j)} = \sum_{i=1}^{p_j+1} k_{i\perp}^{(j)'} - \sum_{i=2}^{p_j+1} k_{i\perp}^{(j)}$$

$$\bar{x}_1^{(j)} = \sum_{i=1}^{\bar{p}_j+1} \bar{x}_i^{(j)'} \quad \bar{k}_{1\perp}^{(j)} = \sum_{i=1}^{\bar{p}_j+1} \bar{k}_{i\perp}^{(j)'} - \sum_{i=2}^{\bar{p}_j+1} \bar{k}_{i\perp}^{(j)}$$

Введем также при $i = 2, \dots, p_j + 1$ величины

$$\bar{\bar{k}}_{i\perp}^{(j)} \equiv k_{i\perp}^{(j)} + q_{i-1\perp}^{(j)}, \quad q_{i-1\perp}^{(j)} \equiv \tilde{q}_{l\perp} \equiv h_{l\perp} - \bar{h}_{l\perp}$$

и $l = i - 1 + \sum_{k < j} p_k$ ($l = 1, \dots, p$). Как ясно из рис.5.3 и 5.4 при $i = 2, \dots, p_j + 1$ величины $\bar{\bar{k}}_{i\perp}^{(j)}$ равны некоторой перестановке переменных $\bar{k}_{i\perp}^{(j)}$, для которых i пробегает значения $i = 2, \dots, \bar{p}_j + 1$.

Здесь мы подразумеваем, что наряду с диагональным вкладом, изображенным на рис.5.3 необходимо учитывать все недиагональные вклады типа изображенных на рис.5.4а. Более того, необходимо учитывать также все недиагональные вклады типа изображенных на рис.5.4б с различными наборами p_j и \bar{p}_j , ограниченными только одним условием: $\sum_j p_j = \sum_j \bar{p}_j = p$.

Важно подчеркнуть, что даже в случае диагонального вклада в механизм слияния, изображенного на рис.5.3, приходится учитывать интерференционные эффекты, которые возникают при квадрировании любой

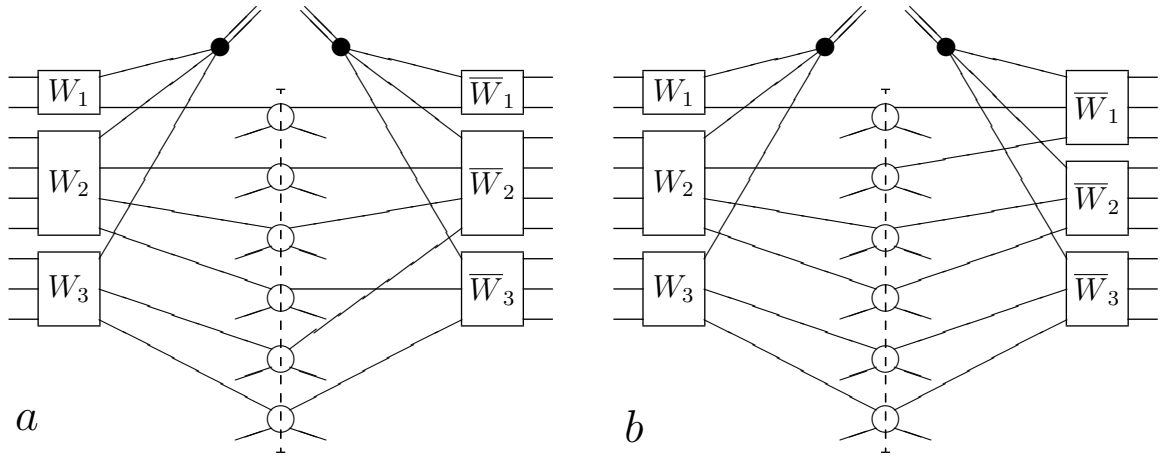


Рис. 5.4: Примеры двух типов недиагональных вкладов в механизме коалесценции: когда все $p_j = \bar{p}_j$ (a) и когда некоторые $p_j \neq \bar{p}_j$ (b).

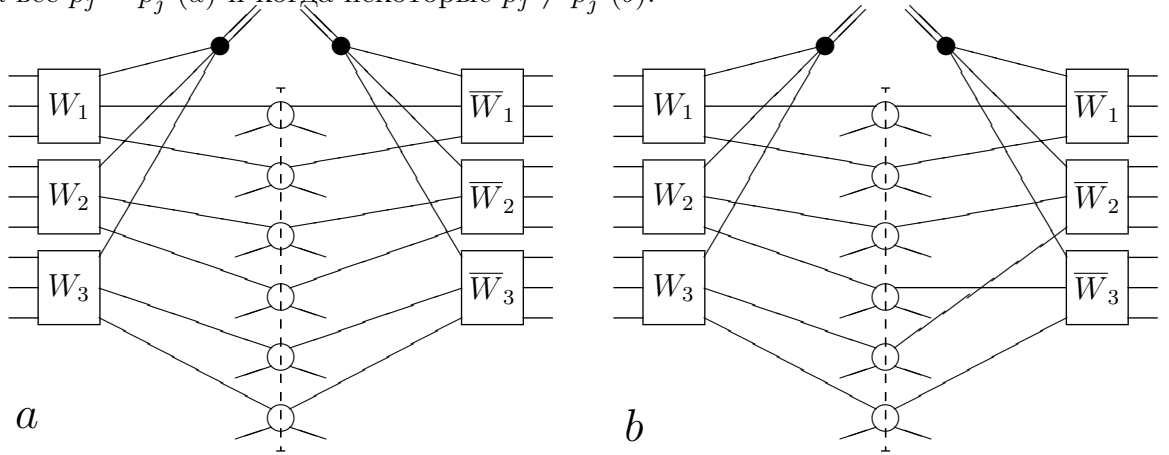


Рис. 5.5: Примеры 'однородных' вкладов ($p_j = \bar{p}_j = p_0 \equiv p/n$ при всех $j = 1, \dots, n$) в механизме коалесценции - диагональный (a) и недиагональный (b) случаи.

амплитуды процесса коалесценции (даже для одной диаграммы, см. подробное обсуждение этого вопроса на нуклонном уровне в разделе 2.1) [269, 274, 277, 279, 278]. Они находят свое отражение в том, что интегрирования по переменным $k_i^{(j)}$, и следовательно по переменным $k_1^{(j)}$, являются независимыми от интегрирований по переменным $\bar{k}_i^{(j)}$ и $\bar{k}_1^{(j)}$ в сопряженной части диаграммы (см. также ниже формулы (5.14) и (5.15)). Этот факт не учитывается в механизме слияния кварков, использованном в работах [211, 212], где сначала вычисляется сечение образования двух кварков и только потом выполняется интегрирование по их относительному импульсу.

Введем еще одно полезное определение. Мы будем называть однородными - вклады со всеми одинаковыми p_j и \bar{p}_j ($p_j = \bar{p}_j = p_0 \equiv p/n$ при всех $j = 1, \dots, n$). Все блоки W_j и \bar{W}_j в этом случае одинаковы. Как ясно из диаграммы b на рис.5.5, в однородном случае недиагональные вклады также возможны.

На рис.5.3 блок a - это амплитуда упругого рассеяния партонов a_{qq} . Если мы, как и в предыдущей главе, обозначим через \tilde{a}_{qq} амплитуду рассеяния партонов с выделенным инвариантным потоком: $a_{qq} = J_{qq}\tilde{a}_{qq} = 2k_{i+}^{(j)}2h_{i-}\tilde{a}_{qq}$ тогда в формуле (5.1):

$$\sigma_{qq}(q_{i\perp}^{(j)}) \equiv \frac{1}{J_{qq}} \text{Disc } a_{qq} = \text{Disc } \tilde{a}_{qq} \quad (5.5)$$

В первом приближении эта величина зависит только от поперечной компоненты переданного импульса $q_{i\perp}^{(j)}$. Фурье образ $\sigma_{qq}(b)$ величины $\sigma_{qq}(q_{i\perp}^{(j)})$ имеет смысл сечения рассеяния партонов при фиксированном значении прицельного параметра b , которое нормировано следующим образом:

$$\int d^2b \sigma_{qq}(b) = \sigma_{qq}(q_{i\perp}^{(j)} = 0) = \frac{1}{J_{qq}} \text{Disc } a_{qq}(0) = \sigma, \quad (5.6)$$

где σ - полное сечение рассеяния партонов друг на друге (4.34).

Перейдем к анализу комбинаторного коэффициента C перед данной диаграммой. Если мы обозначим через C_{fix} - вспомогательный коэффициент для случая, когда величины $\bar{k}_{i\perp}^{(j)}$ равны какой-то определенной фиксированной перестановке $\bar{k}_{i\perp}^{(j)}$, тогда для данной диаграммы (типа изображенных на рис.5.3–5.5) комбинаторный коэффициент C будет равен:

$$C = C_{fix} \times N^{perm},$$

где N^{perm} есть число перестановок величин $\bar{k}_{i\perp}^{(j)}$, которое не меняет вида данной диаграммы. (т.е. число вариантов соединения левых блоков W_j с правыми блоками \bar{W}_j через амплитуды a_{qq} , не меняющее вида данной диаграммы).

При этом

$$C_{fix} = \frac{N!n!}{S\bar{S}(N-n-p)!} \prod_j \frac{1}{p_j! \bar{p}_j!} \times \frac{L!}{(L-p)!} = \frac{N!n!}{S\bar{S}(N-n-p)!} \prod_j \frac{1}{p_j! \bar{p}_j!} \times p! C_L^p$$

где

$$S = \prod_{p_j=1}^{\max p_j} s(p_j)! \quad \bar{S} = \prod_{\bar{p}_j=1}^{\max \bar{p}_j} s(\bar{p}_j)!$$

Здесь $s(p_j)$ - число блоков W_j с данным значением p_j в конкретной диаграмме (см. рис.5.3–5.5) или, что тоже самое, число повторений данного значения p_j в наборе $\{p_1, \dots, p_n\}$ и аналогично для $s(\bar{p}_j)$. Например, для "однородного" случая, изображенного на рис.5.5, когда $p_j = p_0 = \bar{p}_j$ для всех $j = 1, \dots, n$ мы имеем: $s(p_j) = n\delta_{p_j p_0}$ и $S = \bar{S} = n!$.

Проиллюстрируем сказанное выше. В некоторых случаях (например, при $n = 2, p = 4, p_1 = 1, p_2 = 3, \bar{p}_1 = \bar{p}_2 = 2$) возможна диаграмма

только одного типа. В этом случае все перестановки $\bar{k}_{i\perp}^{(j)}$ дают одинаковый вклад и $N^{perm} = p!$. Та же самая ситуация с диаграммами описывающими рождение одного кумулятивного кварка ($n = 1, p_1 = \bar{p}_1 = p$) рассмотрены выше в главе 5 [284]. Кроме того в этом случае $S = \bar{S} = 1$, и мы находим

$$C_{one\ q} = \frac{N!}{p!(N-1-p)!} \times \frac{L!}{(L-p)!}$$

Для важного с практической точки зрения диагонального вклада (см. рис.5.3), когда кварковые линии от данного левого блока W_j идут только к одному правому блоку $\bar{W}_{\bar{j}}$ и наоборот (ясно, что это возможно лишь, если $\bar{p}_j = p_j$), мы имеем $N^{perm} = (p_1! \dots p_n!) \times S$. Первый множитель возникает благодаря перестановкам $\bar{k}_{i\perp}^{(j)}$ внутри блоков $\bar{W}_{\bar{j}}$, а второй множитель возникает из-за перестановок блоков $\bar{W}_{\bar{j}}$ с одинаковыми значениями p_j (если такие имеются) как единого целого. В результате комбинаторный множитель для диагонального вклада оказывается равен

$$C_{diag} = \frac{N!n!}{S(N-n-p)!} \prod_j \frac{1}{p_j!} \times \frac{L!}{(L-p)!} \quad (5.7)$$

Ниже мы приведем доводы в пользу того, что хотя вклады всех диаграмм на рис.5.3–5.5 вблизи порога имеют одинаковый порядок малости $\sim \Delta^{2p-1}$, относительно нашего параметра малости Δ (отклонения от порога), тем не менее диагональные вклады являются доминирующими, так как только они отвечают рождению объединяющихся кварков из n различных точек в плоскости прицельного параметра.

5.1.3 Переход к пространству прицельных параметров

Дальнейшее рассмотрение (5.1) удобней проводить в пространстве прицельных параметров. Предварительно мы изменим нормировку:

$$\tilde{\Psi}_K(x_i, k_{i\perp}) = \Psi_K(x_i, k_{i\perp}) / (2\pi)^{\frac{n-1}{2}}$$

и определим преобразование к пространству прицельных параметров следующим образом:

$$\Psi_K(x_i, r_i) = \int (2\pi)^2 \delta^{(2)}\left(\sum_{i=1}^n k_{i\perp} - K_{\perp}\right) \tilde{\Psi}_K(x_i, k_{i\perp}) \exp\left(i \sum_{i=1}^n r_i k_{i\perp}\right) \prod_{i=1}^n \frac{dk_{i\perp}}{(2\pi)^2},$$

где $\Psi_K(x_i, r_i)$ нормировано согласно:

$$\int \Psi_K(x_i, r_i) \Psi_{\bar{K}}^*(x_i, r_i) \delta\left(\sum_{i=1}^n x_i - x_K\right) \prod_{i=1}^n \frac{dx_i}{2x_i} dr_i = (2\pi)^2 \delta^{(2)}(K_{\perp} - \bar{K}_{\perp}).$$

Проведем те же преобразования для Ψ_P и Ψ_H .

Чтобы выполнить интегрирование по поперечной координате общего центра масс, введем также $\psi_K(x_i, r_i)$:

$$\Psi_K(x_i, r_i) = \exp \left[i \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i \right) K \right] \psi_K(x_i, r_i),$$

где для произвольного r

$$\psi_K(x_i, r_i + r) = \psi_K(x_i, r_i).$$

ψ_K в отличие от Ψ_K не зависит от импульса K и индекс K отмечает здесь лишь связь с определенной частицей (F). Позже по этой причине мы вместо индексов K и P будем использовать индексы F и A (см. рис.5.1).

Для ψ_K (а также и для Ψ_K) выполняется следующее нормировочное условие

$$\int |\psi_K(x_i, r_i)|^2 \delta^{(2)} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i - r \right) \prod_{i=1}^n dr_i \delta \left(\sum_{i=1}^n x_i - x_K \right) \prod_{i=1}^n \frac{dx_i}{2x_i} = 1 \quad (5.8)$$

или, что то же самое,

$$\int |\psi_K(x_i, r_1, \dots, r_{n-1}, 0)|^2 \prod_{i=1}^{n-1} dr_i \delta \left(\sum_{i=1}^n x_i - x_K \right) \prod_{i=1}^n \frac{dx_i}{2x_i} = 1$$

Вводя таким же образом ψ_P и ψ_H , после перехода в формуле (5.1) в пространство прицельных параметров и интегрирования по поперечной координате общего центра масс находим для инклюзивного сечения рождения кумулятивного адрона посредством механизма объединения кварков следующее выражение:

$$\begin{aligned} (2\pi)^3 2x_K \frac{d^3\sigma}{dx_K dK_\perp} &= \frac{1}{J} \text{Disc } A(0) = \frac{2x_K C I_p}{(2\pi)^{2p-1}} \times \\ &\times \int \left[\psi_P(x_i^{(j)'}, x'_m; r_i^{(j)'}, r'_m) W(x_i^{(j)'}; x^{(j)}) \prod_j \frac{1}{x^{(j)}} \psi_K^*(x^{(j)}, r^{(j)}) \times \right. \\ &\times \left. \delta \left(\sum_{j,i} x_i^{(j)'} + \sum_m x'_m - x_P \right) \prod_{j,i} \frac{dx_i^{(j)'}}{2x_i^{(j)'}} \prod_{j,i=1}^{p_j} \lambda(c_i^{(j)} - r^{(j)}) e^{i(\rho P_\perp - r K_\perp)} \prod_j dr^{(j)} \right] \times \\ &\times \left[\psi_P^*(\bar{x}_i^{(j)'}, x'_m; \bar{r}_i^{(j)'}, r'_m) \bar{W}(\bar{x}_i^{(j)'}; \bar{x}^{(j)}) \prod_j \frac{1}{\bar{x}^{(j)}} \psi_K(\bar{x}^{(j)}, \bar{r}^{(j)}) \times \right. \\ &\times \left. \delta \left(\sum_{j,i} \bar{x}_i^{(j)' } + \sum_m x'_m - x_P \right) \prod_{j,i} \frac{d\bar{x}_i^{(j)'}}{2\bar{x}_i^{(j)'}} \prod_{j,i=1}^{\bar{p}_j} \lambda(\bar{c}_i^{(j)} - \bar{r}^{(j)}) e^{-i(\bar{\rho} P_\perp - \bar{r} K_\perp)} \prod_j d\bar{r}^{(j)} \right] \times \\ &\times \prod_m \frac{dx'_m}{2x'_m} dr'_m \prod_{j,i=1}^{p_j} \sigma_{qq}(c_i^{(j)} - \beta_i^{(j)}) dc_i^{(j)} \eta_H(\beta_i^{(j)}) d\beta_i^{(j)} \end{aligned} \quad (5.9)$$

где

$$\begin{aligned} x^{(j)} &= \sum_{i=1}^{p_j+1} x_i^{(j)'} & \bar{x}^{(j)} &= \sum_{i=1}^{\bar{p}_j+1} \bar{x}_i^{(j)'} \\ r_i^{(j)'} &= r^{(j)} & \bar{r}_i^{(j)'} &= \bar{r}^{(j)} \end{aligned} \quad (5.10)$$

и

$$\begin{aligned} r &= \frac{1}{n} \sum_j r^{(j)} & \bar{r} &= \frac{1}{n} \sum_j \bar{r}^{(j)} \\ \rho &= \frac{1}{N} \sum_{j,i} r_i^{(j)'} = \frac{1}{N} \sum_j (p_j + 1) r^{(j)} = \frac{1}{N} \sum_j p_j r^{(j)} + \frac{n}{N} r \\ \bar{\rho} &= \frac{1}{N} \sum_{j,i} \bar{r}_i^{(j)'} = \frac{1}{N} \sum_j (\bar{p}_j + 1) \bar{r}^{(j)} = \frac{1}{N} \sum_j \bar{p}_j \bar{r}^{(j)} + \frac{n}{N} \bar{r} \end{aligned} \quad (5.11)$$

Здесь $\bar{c}_i^{(j)}$ есть некоторая перестановка $c_i^{(j)}$. Как и в предыдущей главе (см. (4.38) и (4.77)) $\lambda(b) = K_0(|b|m)/(2\pi)$, а $K_0(z)$ - модифицированная функция Бесселя (функция МакДональда). Мы также ввели (ср. (4.79)) партонную матрицу плотности для адрона летящего навстречу ядру:

$$\eta_H(\rho_1, \dots, \rho_p) = \int |\psi_H(y_i, \rho_i)|^2 \delta^{(2)}\left(\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \rho_i\right) \prod_{i=p+1}^L d\rho_i \delta\left(\sum_{i=1}^L y_i - y_H\right) \prod_{i=1}^L \frac{dy_i}{2y_i}, \quad (5.12)$$

нормированную следующим образом:

$$\int \prod_{i=1}^p d\rho_i \eta_H(\rho_i) = 1.$$

Отметим, что она не обладает свойством трансляционной инвариантности (см. приложение 5.1). Отметим также, что в "однородном" (см. рис.5.5) случае, когда $p_j = p_0$ при всех $j = 1, \dots, n$, мы имеем $\rho = \frac{n+p}{N} r$.

5.1.4 Приближенные оценки

Формула (5.9) представляет собой искомый результат в максимально общем в рамках данного подхода виде. Чтобы она стала пригодной для практических расчетов сечений рождения кумулятивных частиц (В частности, протонов) посредством механизма объединения кварков, необходимо сделать дальнейшие упрощения.

Прежде всего, как и в предыдущей главе, вынесем W и \bar{W} из под интеграла в центральной точке $x_i^{(j)'} = x'_0 = x_P/N$, как это описано выше (см. формулу (5.4)). Это приведет к замене W и \bar{W} под интегралами на известный (5.4) множитель

$$\langle W \rangle \langle \bar{W} \rangle = 2^{2p} (2\pi)^{2p} (x'_0)^{2n-2p} \left(\frac{2\alpha_s^2}{9}\right)^p \prod_j X_{p_j} X_{\bar{p}_j},$$

где X_p вычислены нами ранее в разделе 4.2 [284, 287] на основе рекуррентных соотношений.

Далее также в целях упрощения мы будем использовать факторизованную форму партонных волновых функций:

$$\psi(x_i, r_i) = \psi_{\parallel}(x_i)\psi_{\perp}(r_i) ,$$

где продольная часть нормирована следующим образом (ср. с (5.8)):

$$\int |\psi_{\parallel}(x_i)|^2 \delta(\sum_{i=1}^n x_i - x) \prod_{i=1}^n \frac{dx_i}{2x_i} = 1$$

После чего мы можем переписать формулу (5.9) для инклюзивного сечения в следующем виде:

$$(2\pi)^3 2x_K \frac{d^3\sigma}{dx_K dK_{\perp}} = \frac{CI_p(x_K)}{(2\pi)^{2p-1}} \langle W \rangle \langle \bar{W} \rangle J_{\parallel} J_{\perp}(K_{\perp}) \quad (5.13)$$

где J_{\parallel} - оставшийся после вынесения W и \bar{W} в центральной точке интеграл перекрытия продольных частей волновых функций ψ_P и ψ_K :

$$J_{\parallel} = 2x_K \int \left[\psi_{\parallel P}(x_i^{(j)'}, x'_m) \prod_j \frac{1}{x^{(j)}} \psi_{\parallel K}^*(x^{(j)}) \delta(\sum_{j,i} x_i^{(j)' } + \sum_m x'_m - x_P) \prod_{j,i} \frac{dx_i^{(j)'}}{2x_i^{(j)'}} \right] \times \quad (5.14)$$

$$\times \left[\psi_{\parallel P}^*(\bar{x}_i^{(j)'}, x'_m) \prod_j \frac{1}{\bar{x}^{(j)}} \psi_{\parallel K}(\bar{x}^{(j)}) \delta(\sum_{j,i} \bar{x}_i^{(j)' } + \sum_m x'_m - x_P) \prod_{j,i} \frac{d\bar{x}_i^{(j)'}}{2\bar{x}_i^{(j)'}} \prod_{j,i=1}^{\bar{p}_j} \right] \prod_m \frac{dx'_m}{2x'_m} ,$$

а $J_{\perp}(K_{\perp})$ - оставшийся интеграл, зависящий только от поперечных частей волновых функций ψ_P и ψ_K :

$$J_{\perp}(K_{\perp}) = \int \left[\psi_{\perp P}(r_i^{(j)'}, r'_m) \psi_{\perp K}^*(r_j) \prod_{j,i=1}^{p_j} \lambda(c_i^{(j)} - r_j) e^{i(\rho P_{\perp} - r K_{\perp})} \prod_j dr_j \right] \times$$

$$\times \left[\psi_{\perp P}^*(\bar{r}_i^{(j)'}, r'_m) \psi_{\perp K}(\bar{r}_j) \prod_{j,i=1}^{\bar{p}_j} \lambda(\bar{c}_i^{(j)} - \bar{r}_j) e^{-i(\bar{\rho} P_{\perp} - \bar{r} K_{\perp})} \prod_j d\bar{r}_j \right] \prod_m dr'_m \times$$

$$\times \prod_{j,i=1}^{p_j} \sigma_{qq}(c_i^{(j)} - \beta_i^{(j)}) dc_i^{(j)} \eta_H(\beta_i^{(j)}) d\beta_i^{(j)} . \quad (5.15)$$

Здесь использованы те же обозначения (5.10) и (5.11), что и в (5.9), лишь с небольшим упрощением: $r_j \equiv r^{(j)}$ и $\bar{r}_j \equiv \bar{r}^{(j)}$.

Простые оценки для величины продольной части J_{\parallel} приведены в приложении 5.2. Сейчас мы хотели бы перейти к оценке более сложной и важной поперечной части $J_{\perp}(K_{\perp})$, определяющей характер зависимости выхода кумулятивных частиц от их поперечного импульса в механизме объединения кварков.

5.1.5 Приближение для поперечной части J_{\perp}

Идея приближения

Основная идея, позволяющая радикальным образом упростить выражение (5.15) для поперечной части, основана на том, что модель конститuentных кварков по своей сути предполагает существование второго масштабного параметра наряду с размером адрона - размера конститuentного кварка. Действительно в нашем подходе есть еще один размерный параметр $m \simeq 300 \text{ MeV}$, который в формуле (5.15) входит в аргументы функций $\lambda(b) = K_0(m|b|)/(2\pi)$. Величина $1/m$ имеет порядок размера конститuentного кварка: $2r_q \simeq 1/m$, тогда как другие размерные переменные, входящие в ответ (ниже это параметры r_P, r_K, r_H, r_0), имеют порядок размеров адрона ($\sim R_h$). Мы можем считать, что возникающий безразмерный параметр $\gamma_0^2 \equiv r_q^2/R_h^2 \simeq \frac{1}{10}$ мал. Более детальные оценки дают примерно такое же значение этого параметра [189, 190], или даже еще меньшее ($\gamma_0^2 \simeq \frac{1}{20}$) [184]. Эти оценки согласуются с оценками $r_q \simeq 0,2 \div 0,3 \text{ Фм}$, приведенными в [201, 202].

Поэтому в первом приближении мы будем искать асимптотическое выражение для ответа при $m \rightarrow \infty$, аналогично тому как мы это делали в параграфе 4.5.4. При больших z функция $K_0(z)$ имеет асимптоту

$$K_0(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z}$$

и следовательно эффективный размер для $\lambda(b)$ это $|b| \sim r_q \sim \frac{1}{m} \rightarrow 0$. В этом приближении главный вклад по параметру γ_0^2 происходит от членов, где интегрирования по переменным r_j и \bar{r}_j производятся по максимальному числу различных точек в пространстве прицельных параметров.

Ясно, что именно эта ситуация реализуется в случае диагонального вклада (см. рис.5.3), когда кварковые линии от данного левого блока W_j идут только к одному правому блоку $\bar{W}_{\bar{j}}$ и наоборот. При этом все блоки W_j и $\bar{W}_{\bar{j}}$ оказываются разбиты на n пар, и нет кварковых линий соединяющих разные пары. Мы имеем ввиду кварковые линии, отвечающие функциям $\lambda(c_i^{(j)} - r_j)$ и $\lambda(\bar{c}_i^{(j)} - \bar{r}_j)$ в формуле (5.15), где $\bar{c}_i^{(j)}$ есть некая перестановка $c_i^{(j)}$, а $c_i^{(j)}$ - положение кварка-донора в пространстве прицельных параметров при его взаимодействии с одним из кварков налетающего адрона ($\beta_i^{(j)}$ - его положение в пространстве прицельных параметров). Поэтому, хотя вклады всех диаграмм на рис.5.3–5.5 вблизи порога имеют одинаковый порядок малости $\sim \Delta^{2p-1}$, относительно нашего параметра малости Δ (отклонения от порога), тем не менее диагональные вклады являются доминирующими по параметру γ_0^2 , так как только они отвечают рождению объединяющихся

кварков из n различных точек в плоскости прицельного параметра.

Действительно, в недиагональном случае всегда имеется хотя бы один левый блок W_{j_0} связанный кварковыми линиями (через амплитуды qq -взаимодействия) сразу с двумя или более правыми блоками $\bar{W}_{j_1}, \bar{W}_{j_2}, \dots$ (или наоборот). При этом эти правые блоки оказываются связанными между собой (через блок W_{j_0}), и поскольку у нас имеется только n правых блоков, то такой вклад будет отвечать уже случаю вылета кумулятивных (активных) кварков из меньшего, чем n , числа различных точек в пространстве прицельных параметров. Как следствие он будет иметь дополнительную малость по параметру γ_0^2 . Подробный, на конкретных примерах, анализ этого вопроса можно найти в нашей работе [294].

Оценка диагонального вклада

Поэтому сейчас мы переходим к вычислению доминирующего диагонального вклада J_{\perp}^{diag} . Мы положим в этом случае $\bar{r}_j = r_j + \pi_j$ и будем пренебрегать π_j по сравнению с другими переменными везде, где это оправдано. Мы имеем:

$$\bar{r} = \frac{1}{n} \sum_j \bar{r}_j = r + \frac{1}{n} \sum_j \pi_j, \quad \bar{r} - r = \frac{1}{n} \sum_j \pi_j \equiv \pi$$

и

$$\bar{\rho} - \rho = \frac{1}{N} \sum_j p_j \pi_j + \frac{1}{N} \sum_j \pi_j$$

т.к. в диагональном случае $\bar{p}_j = p_j$.

В пределе $m \rightarrow \infty$ в формуле (5.15) наступает факторизация и для диагонального вклада мы находим (анализ некоторых других случаев можно найти в [294], мы также везде ниже полагаем $P_{\perp} = 0$)

$$J_{\perp}^{diag}(K_{\perp}) = O_{\perp}^{diag} I^{diag}(K_{\perp}), \quad (5.16)$$

где для множителя, отвечающего малым расстояниям (порядка размера конститuentного кварка), мы имеем:

$$I^{diag}(K_{\perp}) = \int \prod_{j,i=1}^{p_j} dc_i^{(j)} \lambda(c_i^{(j)}) \lambda(c_i^{(j)} - \pi_j) e^{i \frac{K_{\perp}}{n} \sum_j \pi_j} \prod_j d\pi_j \quad (5.17)$$

Этот множитель зависит только от одного размерного параметра m , входящего в функцию $\lambda(c)$, и определяет характер зависимости выхода кумулятивных частиц от их поперечного импульса K_{\perp} в механизме объединения кварков, подобно тому как мы это имели в параграфе 4.5.4 в случае фрагментации одного быстрого кварка в кумулятивный пион (ср. (5.17) с формулами (4.87) и (4.88)).

Для сомножителя, отвечающего большим расстояниям (много большим размера конституентного кварка), мы находим:

$$O_{\perp}^{diag} = \int \rho_P(r_i^{(j)'}) |\psi_{\perp K}(r_j)|^2 \prod_{j,i=1}^{p_j} \sigma_{qq}(r_j - \beta_i^{(j)}) \eta_H(\beta_i^{(j)}) d\beta_i^{(j)} \prod_j dr_j, \quad (5.18)$$

где

$$\rho_P(r_i^{(j)'}) \equiv \int |\psi_{\perp P}(r_i^{(j)'}, r'_m)|^2 \prod_m dr'_m,$$

и в (5.18) все $r_i^{(j)'} = r_j$. Отметим, что в отличие от $\eta_H(b_i)$ матрица плотности $\rho_P(r_i)$ является трансляционно-инвариантной (см. приложение 5.1). Она нормирована согласно

$$\int \rho_P(0, r_2, \dots, r_{n+p}) \prod_{i=2}^{n+p} dr_i = 1$$

Комбинаторный множитель для диагонального вклада C_{diag} уже был нами вычислен выше (см. (5.7)).

Зависимость от поперечного импульса K_{\perp} . Оценка $I(K_{\perp})$

Проанализируем теперь зависимость инклюзивного сечения от поперечного импульса образующейся кумулятивной частицы (K_{\perp}), возникающую в механизме объединения кварков, и сравним ее с результатами полученными нами в предыдущей главе [295], где рождение кумулятивного мезона описывалось как результат фрагментации одного быстрого кварка.

Как видно из (5.16) и (5.17) для диагонального вклада, доминирующего в пределе $m \rightarrow \infty$, вся эта зависимость определяется только множителем $I^{diag}(K_{\perp})$, который можно записать следующим образом

$$I^{diag}(K_{\perp}) = \int \prod_j d\pi_j \Lambda^{p_j}(\pi_j) e^{i \frac{K_{\perp}}{n} \sum_j \pi_j} = \prod_j \int d\pi_j \Lambda^{p_j}(\pi_j) e^{i \frac{K_{\perp}}{n} \pi_j},$$

где

$$\Lambda(b) \equiv \int d^2 c \lambda(c) \lambda(c-b) = \int d^2 c \frac{K_0(m|c|)}{2\pi} \frac{K_0(m|c-b|)}{2\pi} = \int \frac{d^2 k}{(2\pi)^2} \frac{e^{ikb}}{(k^2 + m^2)^2}. \quad (5.19)$$

В случае рождения одного кумулятивного кварка, рассмотренном в параграфе 4.5.4 [295], в настоящих обозначениях мы имели (см. формулы (4.87) и (4.88))

$$I^{one\ q}(K_{\perp}, p) = \int d\pi' \Lambda^p(\pi') e^{i K_{\perp} \pi'}$$

и, следовательно,

$$I^{diag}(K_{\perp}) = \prod_j I^{one\ q}\left(\frac{K_{\perp}}{n}, p_j\right). \quad (5.20)$$

Используя (5.19), можно получить для $I^{diag}(K_{\perp})$ следующее представление в явном виде:

$$I^{diag}(K_{\perp}) = \int \prod_{j,i}^{p_j} \frac{dk_i^{(j)}}{(2\pi)^2} \frac{1}{(k_i^{(j)2} + m^2)^2} \prod_j (2\pi)^2 \delta^{(2)}\left(\sum_{i=1}^{p_j} k_i^{(j)} + \frac{K_{\perp}}{n}\right)$$

и

$$I^{one\ q}(K_{\perp}, p) = \int \prod_{i=1}^p \frac{dk_i}{(2\pi)^2} \frac{1}{(k_i^2 + m^2)^2} (2\pi)^2 \delta^{(2)}\left(\sum_{i=1}^p k_i + \frac{K_{\perp}}{n}\right)$$

Однако для дальнейшего анализа более полезно ввести новую безразмерную функцию одного аргумента:

$$\bar{\Lambda}(z) \equiv zK_1(z) .$$

$K_0(z)$ и $K_1(z)$ это модифицированные функции Бесселя (функции МакДональда). Легко доказать, что

$$\Lambda(b) = \frac{1}{4\pi m^2} \bar{\Lambda}(m|b|) .$$

Функция $\bar{\Lambda}(z)$ обладает следующими свойствами. При $z \rightarrow 0$ она разлагается в ряд

$$\bar{\Lambda}(z) = 1 + \frac{z^2}{2} \left[\gamma - \frac{1}{2} + \ln\left(\frac{z}{2}\right) \right] + O(z^4 \ln z) , \quad \gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln n \right) = 0.5772\dots$$

При $z \rightarrow \infty$ она имеет асимптотику

$$\bar{\Lambda}(z) = \sqrt{\frac{\pi z}{2}} e^{-z} .$$

Ее производные равны

$$\bar{\Lambda}'(z) = -zK_0(z) , \quad \bar{\Lambda}''(z) = zK_1(z) - K_0(z) = \bar{\Lambda} - K_0(z) .$$

Для нее справедливо следующее интегральное представление, основанное на двумерном преобразовании Фурье (t и b - двумерные векторы):

$$\bar{\Lambda}(|b|) = \frac{1}{\pi} \int \frac{d^2 t}{(t^2 + 1)^2} e^{itb}$$

Введем также безразмерные функции (двумерные Фурье-образы степеней $\bar{\Lambda}$):

$$f_p(t) \equiv \int d^2 b e^{itb} \bar{\Lambda}^p(|b|) , \quad (5.21)$$

через которые результат выражается наиболее просто. Ясно, что $f_p(t)$ зависит только от $|t|$ и

$$f_1(t) = \frac{4\pi}{(t^2 + 1)^2} ,$$

$$f_p(t) = \frac{1}{\pi^p} \int \prod_{i=1}^p \frac{d^2 t_i}{(t_i^2 + 1)^2} (2\pi)^2 \delta^{(2)}\left(\sum_{i=1}^p t_i + t\right).$$

Функции $f_p(t)$ нормированы на единицу:

$$\int f_p(t) \frac{d^2 t}{(2\pi)^2} = \bar{\Lambda}^p(0) = 1.$$

Интегрируя по углу в формуле (5.21) находим

$$f_p(t) = 2\pi \int_0^\infty dz z J_0(|t|z) [z K_1(z)]^p \quad (5.22)$$

Здесь $J_0(z)$ - функция Бесселя: $J_0(0) = 1$ и при $z \rightarrow \infty$ ($|\arg z| < \pi$)

$$J_0(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \cos\left(z - \frac{\pi}{4}\right).$$

Представление (5.22) было использовано в параграфе 4.5.4 [295], при нахождении зависимости величины среднего поперечного импульса $\langle K_\perp \rangle$ образующихся пионов от степени их кумулятивности в механизме основанном на фрагментации одного быстрого кварка (см. (4.89)). Оно дает

$$I^{one\ q}(K_\perp, p) = \frac{1}{(4\pi)^p} \frac{1}{m^{2(p+1)}} f_p\left(\frac{K_\perp}{m}\right). \quad (5.23)$$

Для механизма основанного на объединении кварков имеем похожий результат:

$$I^{diag}(K_\perp) = \frac{1}{(4\pi)^p} \frac{1}{m^{2(p+n)}} \prod_j f_{p_j}\left(\frac{K_\perp}{nm}\right). \quad (5.24)$$

Вычисление фактора O_\perp

Перейдем теперь к оценке O_\perp^{diag} в формуле (5.16). В отличие от механизма, основанного на фрагментации одного быстрого кварка, для механизма, основанного на объединении кварков, это необходимо для нахождения характера зависимости выхода кумулятивных частиц от их поперечного импульса K_\perp . Хотя на первый взгляд вся зависимость от поперечного импульса K_\perp в формуле (5.16) сосредоточена в вычисленном выше множителе $I^{diag}(K_\perp)$, однако в механизме объединения кварков одно и то же общее число кварков-доноров p может отвечать различным наборам $\{p_j\}$ ($\sum_j p_j = p$). Поэтому в этом случае для определения характера зависимости выхода кумулятивных частиц от их поперечного импульса K_\perp , кроме функций (5.24), вообще говоря, необходимо знать также веса, с которыми вклады отвечающие разным наборам входят в ответ.

Мы будем использовать трансляционно-инвариантное гауссово приближение для волновых функций $\psi_{\perp K}$ и $\psi_{\perp P}$ (см. приложение 5.1):

$$\psi_{\perp K}(r_1, \dots, r_n) = C_{\perp K} \exp \left[-\frac{1}{2nr_K^2} \sum_{i < j} (r_i - r_j)^2 \right], \quad C_{\perp K}^2 = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{\pi r_K^2} \right)^{n-1},$$

и аналогично для $\psi_{\perp P}$:

$$\psi_{\perp P}(r_1, \dots, r_N) = C_{\perp P} \exp \left[-\frac{1}{2Nr_P^2} \sum_{i < j} (r_i - r_j)^2 \right], \quad C_{\perp P}^2 = \frac{1}{N} \left(\frac{1}{\pi r_P^2} \right)^{N-1}.$$

Тогда для величин, входящих в O_{\perp}^{diag} (5.18), используя результаты приложения 5.1, имеем:

$$\rho_F(r_j) \equiv |\psi_{\perp K}(r_1, \dots, r_n)|^2 = C_F \exp \left[-\frac{1}{r_K^2} \sum_{i=1}^n r_i^2 + \frac{n}{r_K^2} R_F^2 \right], \quad (5.25)$$

$$R_F \equiv \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n r_j, \quad C_F = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{\pi r_K^2} \right)^{n-1},$$

и

$$\rho_A(r_j) \equiv \rho_P(r_i^{(j)'} = r_j) = C_A \exp \left[-\frac{1}{r_P^2} \sum_{j=1}^n (p_j + 1) r_j^2 + \frac{n+p}{r_P^2} R_A^2 \right], \quad (5.26)$$

$$R_A \equiv \frac{1}{n+p} \sum_{j=1}^n (p_j + 1) r_j, \quad C_A = \frac{1}{n+p} \left(\frac{1}{\pi r_P^2} \right)^{n+p-1}.$$

Для матрицы плотности налетающего адрона η_H (5.12) и для сечения qq взаимодействия σ_{qq} (5.6) мы используем те же приближения, что и в предыдущей главе. Напомним, что там в параграфе 4.4.1 [288] с целью фиксации параметров модели в рамках настоящего подхода была дополнительно вычислена амплитуда упругого адрон-адронного рассеяния.

Для η_H мы использовали квази-эйкональное приближение (см. (4.58), (4.70), (4.79) и (4.81)):

$$\sum_{L \geq p} \frac{L!}{(L-p)!} \eta_H(b_1, \dots, b_p) = \xi^{(p-1)/2} \nu_H^p \prod_{i=1}^p \eta_H(b_i) \quad (5.27)$$

где ξ - квази-эйкональный дифракционный параметр, ν_H - среднее число партонов в налетающем адроне, а однопартонные распределения η_H нормированы на единицу:

$$\int d^2b \eta_H(b) = 1. \quad (5.28)$$

Отметим, что в (5.27) мы уже учли часть комбинаторного множителя (5.7), относящуюся к налетающему адрону.

Для $\sigma_{qq}(b)$ согласно (5.5) мы имеем

$$\sigma_{qq}(b) \equiv \text{Disc } \tilde{a}_{qq}(b) \equiv \frac{1}{J_{qq}} \text{Disc } a_{qq}(b) .$$

Обычно предполагают, что и η_H , и a_{qq} гауссовым образом зависят от прицельного параметра b (см. (4.63)):

$$\eta_H(b) = (1/\pi r_H^2) \exp(-b^2/r_H^2) , \quad \tilde{a}_{qq}(b) = (i\sigma/2\pi r_0^2) \exp(-b^2/r_0^2) . \quad (5.29)$$

Видно, что нормировочные условия (5.6) и (5.28) выполнены. Мы, как и ранее, считаем амплитуду a_{qq} - чисто мнимой.

Полезно ввести свертку η_{0H} величин η_H и σ_{qq} , которая собственно только и входит в ответ (5.18) для O_{\perp}^{diag} :

$$\eta_{0H}(r_j) \equiv \kappa^{-1} \int \left[\sum_{L \geq p} \frac{L!}{(L-p)!} \eta_H(\beta_i^{(j)}) \right] \prod_{j,i=1}^{p_j} \sigma_{qq}(r_j - \beta_i^{(j)}) d\beta_i^{(j)} ,$$

где $\kappa = \xi^{\frac{p-1}{2}} (\nu_H \sigma)^p$, а также ее трансляционно-инвариантный аналог

$$\rho_{0H}(r_j) \equiv \int \eta_{0H}(r_j + B) dB .$$

Множитель κ введен в определения η_{0H} и ρ_{0H} для стандартизации нормировки (см. приложение 5.1). В гауссовом (5.29) квазиэikonальном (5.27) приближении для них находим формулы аналогичные (5.25) и (5.26):

$$\begin{aligned} \eta_{0H}(r_j) &= \left(\frac{1}{\pi r_{0H}^2} \right)^p \exp \left[-\frac{1}{r_{0H}^2} \sum_{j=1}^n p_j r_j^2 \right] , \\ \rho_{0H}(r_j) &= C_{0H} \exp \left[-\frac{1}{r_{0H}^2} \sum_{j=1}^n p_j r_j^2 + \frac{p}{r_{0H}^2} R_H^2 \right] , \\ R_H &\equiv \frac{1}{p} \sum_{j=1}^n p_j r_j , \quad C_{0H} = \frac{1}{p} \left(\frac{1}{\pi r_{0H}^2} \right)^{p-1} , \end{aligned} \quad (5.30)$$

где $r_{0H}^2 = r_0^2 + r_H^2$.

Теперь мы можем представить результат для O_{\perp}^{diag} в простой форме, в которую симметричным образом входят только трансляционно-инвариантные $\rho_A(r_j)$, $\rho_F(r_j)$ и $\rho_{0H}(r_j)$:

$$O_{\perp}^{diag} = \kappa \int \rho_A(r_j) \rho_F(r_j) \rho_{0H}(r_j) \delta^{(2)}(\dots) \prod_j dr_j , \quad (5.31)$$

где в качестве $\delta^{(2)}(\dots)$ можно использовать любую из следующего набора δ -функций:

$$\delta^{(2)}(R_A), \quad \delta^{(2)}(R_F), \quad \delta^{(2)}(R_H), \quad \delta^{(2)}(r_1), \quad \delta^{(2)}(r_2), \quad \dots$$

С использованием гауссова приближения для $\rho_F(r_j)$, $\rho_A(r_j)$ и $\rho_{0H}(r_j)$ (см. формулы (5.25), (5.26) и (5.30)) удается провести аналитические вычисления до конца и получить выражение для O_{\perp}^{diag} в явном виде:

$$O_{\perp}^{diag} = \kappa C_A C_F C_{0H} \frac{(p+n)^2}{\pi D} \prod_j (\pi d_j), \quad (5.32)$$

где

$$\frac{1}{d_j} = \frac{p_j + 1}{r_P^2} + \frac{1}{r_K^2} + \frac{p_j}{r_{0H}^2}$$

и

$$D = e_0 + 2e_1 + e_2 - (e_0 e_2 - e_1^2) \left(\frac{1}{nr_K^2} + \frac{1}{pr_{0H}^2} \right),$$

$$e_0 \equiv \sum_j d_j, \quad e_1 \equiv \sum_j p_j d_j, \quad e_2 \equiv \sum_j p_j^2 d_j.$$

Можно доказать, что всегда $D > 0$.

В однородном случае $p_j = p_0$, $d_j = d$ и формулы сильно упрощаются:

$$\frac{1}{d} = \frac{p_0 + 1}{r_P^2} + \frac{1}{r_K^2} + \frac{p_0}{r_{0H}^2}, \quad D = \frac{(p+n)^2}{n} d$$

и мы имеем

$$O_{\perp homo}^{diag} = \kappa C_A C_F C_{0H} n (\pi d)^{n-1}$$

Итак, теперь мы вычислили все множители, входящие в выражения (5.13) и (5.16) для инклюзивного сечения рождения кумулятивного адрона посредством механизма объединения кварков.

5.1.6 Заключение

Полученные общие формулы могут быть использованы для нахождения инклюзивных сечений рождения кумулятивных адронов, образование которых происходит, как в рамках механизма основанного на фрагментации одного быстрого кварка, так и в рамках механизма основанного на объединении кварков. Формулы для некоторых практически интересных частных случаев (рождение на двухнуклонном кластере ядра кумулятивных протонов за счет механизма объединения кварка и кумулятивных пионов за счет механизма фрагментации одного быстрого кварка) можно найти в [291, 294].

Полученные общие формулы могут быть также использованы для нахождения характера зависимости сечений выхода от величины поперечного импульса K_{\perp} для тех кумулятивных частиц, образование которых происходит за счет механизма объединения кварков, например, для кумулятивных протонов (см. следующий раздел настоящей главы). Подобно тому, как это

было сделано в разделе 4.5 в предыдущей главе для кумулятивных пионов, образующихся в результате фрагментации одного быстрого кварка [295].

5.2 Зависимость от поперечного импульса для протонов разной степени кумулятивности

5.2.1 Введение

В последнем разделе 4.5 предыдущей четвертой главы на основе изложенной там кварк-партонной модели [284, 288] кумулятивных явлений нами были описаны [295] экспериментальные данные [206]-[208] свидетельствующие о росте среднего поперечного импульса пионов с увеличением степени их кумулятивности. При анализе этих экспериментальных данных обращает на себя внимание тот факт, что средний поперечный импульс протонов растет с продвижением в кумулятивную область гораздо медленнее (см. рис. 3 в работе [206]). Это подтверждало наше предположение, высказанное еще в работах [284, 289, 290] и в дальнейшем развитое нами в работах [291, 294, 308, 298, 304, 305], что кумулятивные барионы (и, в частности, протоны) формируются не за счет механизма фрагментации одного быстрого кварка в адрон (как, например, пионы и другие мезоны), а за счет механизма когерентного слияния (коалесценции) нескольких быстрых кварков в кумулятивный барион (рис. 4.15).

В первом разделе 5.1 настоящей главы были получены формулы [294, 304], позволяющие описать этот процесс (см. диаграмму на рис. 5.1) в рамках развиваемой кварк-партонной модели [284, 288] в общем случае. В первом разделе в параграфе 5.1.5 было также показано, что в приближении, когда мы считаем радиус конституентного кварка много меньше размеров нуклона вклад 'диагональных' диаграмм, изображенных на рис. 5.3, в сечение процесса коалесценции является доминирующим.

Важно подчеркнуть еще раз, что это отнюдь не означает, что в этом приближении мы можем не учитывать когерентный характер процесса коалесценции. Учет когерентности процесса слияния состоит в том, что нельзя, сначала, вычислить вероятность рождения трех кварков с импульсами $k_1^{(1)}$, $k_1^{(2)}$, $k_1^{(3)}$, затем умножить ее на вероятность их объединения в протон, и только после этого интегрировать (с учетом сохранения энергии-импульса) по значениям импульсов $k_1^{(1)}$, $k_1^{(2)}$, $k_1^{(3)}$. В диаграмме на рис. 5.3 мы должны независимым образом интегрировать по импульсам $k_1^{(j)}$ и $\bar{k}_1^{(j)}$ в левой и правой частях диаграммы, и результат не сводится к произведению вероятности рождения трех кварков с импульсами $k_1^{(1)}$, $k_1^{(2)}$, $k_1^{(3)}$ на вероятность их слияния в протон (см. подробное обсуждение этого вопроса на нуклонном

уровне во второй главе (раздел 2.1), [269]). Это и означает, что мы используем механизм кварковой коалесценции для амплитуд, то есть с учетом его когерентного характера.

Прежде чем перейти к расчету зависимости от поперечного импульса для кумулятивных протонов по формулам, полученным в рамках механизма кварковой коалесценции в предыдущем разделе настоящей главы, рассмотрим ситуацию качественно. Для наглядности мы привели на рис. 5.6 и 5.7 два варианта фрагментации двухнуклонного кластера ('шестикваркового мешка') в кумулятивный протон, уносящий весь его импульс. На рис. 5.6 изображен случай, когда каждый из трех кварков доноров передает весь свой продольный импульс своему активному партнеру, после чего происходит слияние трех активных кварков в кумулятивный протон. Ясно [291, 298], что этот процесс доминирует над процессом, изображенным на рис. 5.7 (который являлся доминирующим при описании рождения кумулятивных пионов [284, 288, 295]), когда, сначала, импульс пяти кварков доноров передается одному активному кварку, который затем фрагментирует в кумулятивный адрон.

Причину этого доминирования легко понять качественно. Как мы видели в предыдущей главе (см. раздел 4.1) [284], каждый лишний обмен жестким глюоном приводит к появлению дополнительной малости. Если в диаграммах на рис. 5.6 и 5.7 ограничится одинаковым числом жестких обменов, то в диаграмме на рис. 5.6 кумулятивному протону будет соответствовать накопленное значение фейнмановской переменной x на $2/3$ большее, чем кумулятивному адрону в диаграмме, типа изображенной на рис. 5.7, но с тремя жесткими обменами (см. ниже формулы (5.33) и (5.34)). Это приводит к тому, что спектры кумулятивных протонов подобны спектрам кумулятивных пионов (имеют тот же наклон в логарифмическом масштабе, см. раздел 4.4 [288]), но оказываются сдвинутыми по переменной $x \rightarrow x - 2/3$ [298]. В результате при одинаковом значении фейнмановской переменной выходы кумулятивных протонов оказываются примерно на два порядка выше, чем выходы кумулятивных пионов, в согласии с тем, что наблюдается в эксперименте.

5.2.2 Основные формулы

В общем случае (см. диаграммы на рис. 5.1 и 5.3) мы обозначим число валентных кварков-доноров, которые передают практически весь свой продольный импульс активному кварку с импульсом $k_1^{(j)}$ через p_j . Простейшая диаграмма на рис. 5.6 отвечает случаю $p_1 = p_2 = p_3 = 1$. При сделанных предположениях (см. параграфы 4.3.2 и 4.4.2) диаграмма с данным

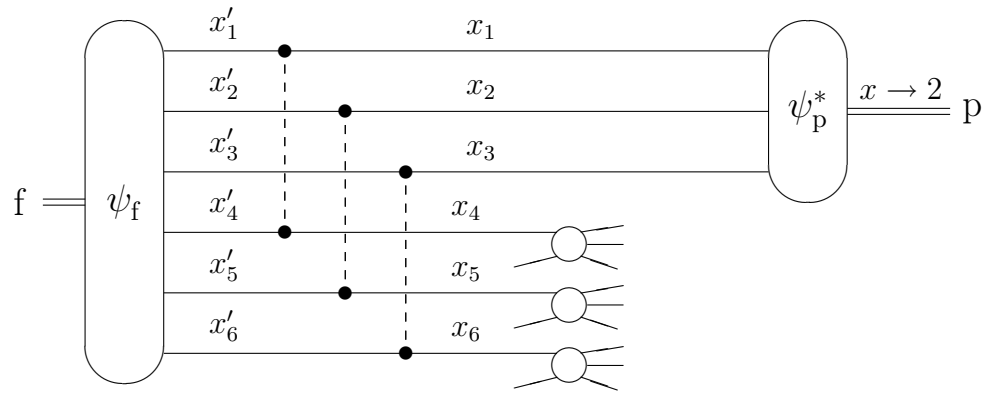


Рис. 5.6: Образование трех быстрых кварков в двухнуклонном кластере с последующим их слиянием в кумулятивный протон.

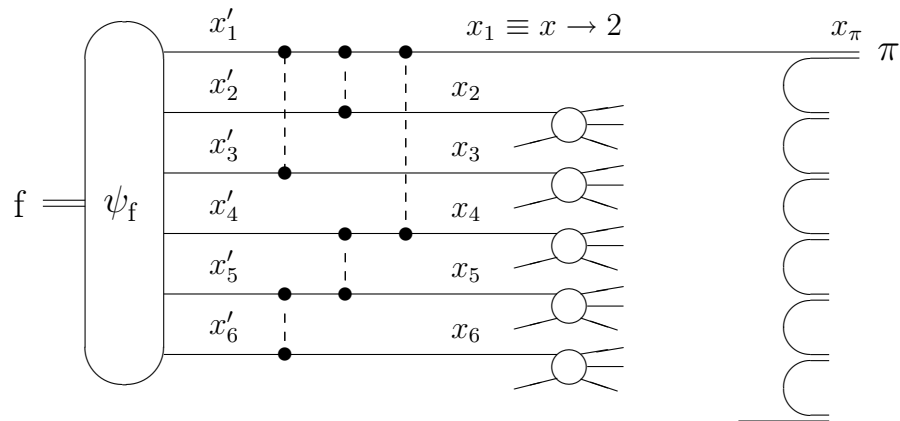


Рис. 5.7: Образование одного быстрого кварка в двухнуклонном кластере и его фрагментация в кумулятивный адрон (пион или протон).

набором p_j позволяет описать рождение кумулятивных протонов за счет механизма кварковой коалесценции вплоть до значений фейнмановской переменной x равной:

$$x < x_{coal}(p) = 1 + p/3, \quad p = p_1 + p_2 + p_3, \quad (5.33)$$

p - общее число жестких обменов. Для сравнения напомним, что диаграмма, описывающая фрагментацию одного быстрого кварка в кумулятивный адрон (рис. 5.7), для случая p жестких обменов дает вклад до значений:

$$x < x_{frag}(p) = 1/3 + p/3. \quad (5.34)$$

В разделах 4.5 и 5.1 [294, 295, 304] показано, что в приближении, когда радиус конституентного кварка считается много меньшим размеров нуклона, выражения для распределения кумулятивных частиц по поперечному импульсу очень сильно упрощаются, как в случае механизма кварковой коалесценции, так и для механизма фрагментации одного быстрого кварка в кумулятивный адрон. При этом они оказываются зависящими только от одного размерного параметра m - массы конституентного кварка (которая в нашем подходе играет роль эффективного инфракрасного обрезания, см. параграф 4.4.2 [284]).

Из формулы (5.24), полученной в предыдущем разделе [304], вытекает, что в этом приближении зависимость от поперечного импульса для кумулятивных протонов, образующихся в результате коалесценции трех быстрых кварков (рис. 5.1), имеет следующий вид:

$$\sigma_{prot}(x, k_{\perp}; p_1, p_2, p_3) = I_p(x_{coal} - x) C(p_1, p_2, p_3) f_{p_1} \left(\frac{k_{\perp}}{3m} \right) f_{p_2} \left(\frac{k_{\perp}}{3m} \right) f_{p_3} \left(\frac{k_{\perp}}{3m} \right) \quad (5.35)$$

Напомним, что для механизма фрагментации одного быстрого кварка в кумулятивный адрон (рис. 5.7), который мы использовали в разделе 4.5 [295] для описания зависимости от поперечного импульса для кумулятивных пионов, эта зависимость имела вид (см. формулы (4.87), (4.88) и (5.23)):

$$\sigma_{pion}(x, k_{\perp}; p) = I_p(x_{frag} - x) C(p) f_p \left(\frac{k_{\perp}}{m} \right) \quad (5.36)$$

Напомним, что согласно (5.21) и (5.22), в этих формулах $f_p(t)$ - безразмерные функции, которые выражаются через стандартные специальные функции следующим образом:

$$f_p(t) = 2\pi \int_0^{\infty} dz z J_0(tz) [z K_1(z)]^p \quad (5.37)$$

Здесь $J_0(z)$ - функция Бесселя, а $K_1(z)$ - модифицированная функция Бесселя (функция Макдональда). Эти функции нормированы следующим об-

разом:

$$\int f_p(|\mathbf{b}|) \frac{d^2\mathbf{b}}{(2\pi)^2} = \int_0^\infty f_p(t) \frac{t dt}{2\pi} = 1 \quad (5.38)$$

Только для $f_1(t)$ из (5.37) можно найти явное выражение:

$$f_1(t) = \frac{4\pi}{(t^2 + 1)^2} \quad (5.39)$$

Зависимость от x , которая в формулах (5.35) и (5.36) дается множителем I_p (см. (4.13), (4.35) и (5.3); [284, 304]):

$$I_p(\Delta x) = \frac{1}{2^p} \frac{(\Delta x)^{2p-1}}{(2p-1)!}, \quad (5.40)$$

соответствует правилам кваркового счета [35]-[38],[43, 44].

Исходя из формул (5.33) и (5.34), аналогично тому, как мы поступали в предыдущей главе [284, 288, 295], будем предполагать, что формула (5.35) для вклада механизма коалесценции с данным общим числом жестких обменов p применима в интервале фейнмановской переменной

$$x_{coal}(p-1) \leq x < x_{coal}(p), \quad (5.41)$$

а формула (5.36) для вклада механизма фрагментации с данным p является применимой, соответственно, в интервале

$$x_{frag}(p-1) \leq x < x_{frag}(p). \quad (5.42)$$

Коэффициенты $C(p_1, p_2, p_3)$ и $C(p)$ в формулах (5.35) и (5.36) также вычислены в первом разделе настоящей главы и в предыдущей главе [284, 288, 304], они имеют сложный вид, но уже не зависят ни от x , ни от k_\perp . В разделе 4.5 [295] мы, исходя из формулы (5.36), анализировали зависимость от поперечного импульса для кумулятивных пионов. При этом для вычисления среднего поперечного импульса кумулятивного пиона при фиксированном значении x и соответствующем ему значении p (5.42), явный вид коэффициента $C(p)$ не требовался, так как все определялось функцией относительного распределения по k_\perp :

$$\varphi_{pion}(k_\perp, p) \equiv \sigma_{pion}(x, k_\perp; p) / \sigma_{pion}(x, 0; p) = f_p\left(\frac{k_\perp}{m}\right) / f_p(0) \quad (5.43)$$

В случае рождения кумулятивных протонов за счет механизма кварковой коалесценции (5.36) ситуация, как мы уже отмечали в параграфе 5.1.5, несколько сложнее. Если опять при фиксированном значении x и соответствующем ему значении p (5.41), ввести функцию относительного распределения по k_\perp :

$$\varphi_{prot}(k_\perp, p) \equiv \sigma_{prot}(x, k_\perp; p) / \sigma_{prot}(x, 0; p), \quad (5.44)$$

то как ясно из (5.36), мы получим:

$$\varphi_{prot}(k_{\perp}, p) = \frac{\sum_{p_1, p_2, p_3} \delta_p \delta_{p_1+p_2+p_3} C(p_1, p_2, p_3) f_{p_1}\left(\frac{k_{\perp}}{3m}\right) f_{p_2}\left(\frac{k_{\perp}}{3m}\right) f_{p_3}\left(\frac{k_{\perp}}{3m}\right)}{\sum_{p_1, p_2, p_3} \delta_p \delta_{p_1+p_2+p_3} C(p_1, p_2, p_3) f_{p_1}(0) f_{p_2}(0) f_{p_3}(0)} \quad (5.45)$$

Формулы упрощаются только в том случае, если мы ограничиваемся изучением зависимости от поперечного импульса для рождения кумулятивных протонов за счет механизма кварковой коалесценции с некоторым фиксированным набором значений p_1, p_2, p_3 :

$$\varphi_{prot}(k_{\perp}, p_1, p_2, p_3) \equiv \frac{\sigma_{prot}(x, k_{\perp}; p_1, p_2, p_3)}{\sigma_{prot}(x, 0; p_1, p_2, p_3)} = \frac{f_{p_1}\left(\frac{k_{\perp}}{3m}\right) f_{p_2}\left(\frac{k_{\perp}}{3m}\right) f_{p_3}\left(\frac{k_{\perp}}{3m}\right)}{f_{p_1}(0) f_{p_2}(0) f_{p_3}(0)}. \quad (5.46)$$

В этом случае зависимость от коэффициентов $C(p_1, p_2, p_3)$ уходит. Ниже при сравнении с экспериментальными данными мы ограничимся этим простым случаем.

5.2.3 Сравнение с экспериментальными данными

На рис. 5.8 представлена зависимость от квадрата поперечного импульса для протонов разной степени кумулятивности. Точками показаны экспериментальные результаты [208], полученные при различных значениях кумулятивности ($x=1,4; 1,6; 1,8; 2,5; 3,5$). Данные каждый раз нормировались на выход протонов при $k_{\perp}=0$. Кривые - результаты расчета зависимости от квадрата поперечного импульса для кумулятивных протонов по модели когерентной кварковой коалесценции (5.46) для трех наборов (p_1, p_2, p_3) : ($p_1=p_2=p_3=1$ - сплошная кривая), ($p_1=1, p_2=p_3=2$ - точечная кривая) и ($p_1=2, p_2=p_3=3$ - штрих-пунктир), которые согласно (5.33) дают вклад, соответственно, при $x < 2$, $x < 2,66$ и $x < 3,66$. Расчеты проведены при значении массы конститuentного кварка $m=300$ МэВ. Других параметров нет. Видно, что с ростом степени кумулятивности распределение протонов по поперечному импульсу становится все более широким, при этом наблюдается хорошее согласие результатов расчета с экспериментом.

Эти результаты, полученные для протонов, поучительно сравнить с зависимостью от квадрата поперечного импульса для пионов разной степени кумулятивности, которые представлены на рис. 5.9. Точками здесь показаны экспериментальные результаты для пионов [208], полученные при различных значениях кумулятивности ($0,8 < x < 1,2; 1,6; 2,0; 3,0$). Кривые - результаты расчета зависимости от квадрата поперечного импульса для кумулятивных пионов в кварк-партонной модели, с образованием кумулятивного пиона в результате фрагментации одного быстрого кварка (5.43).

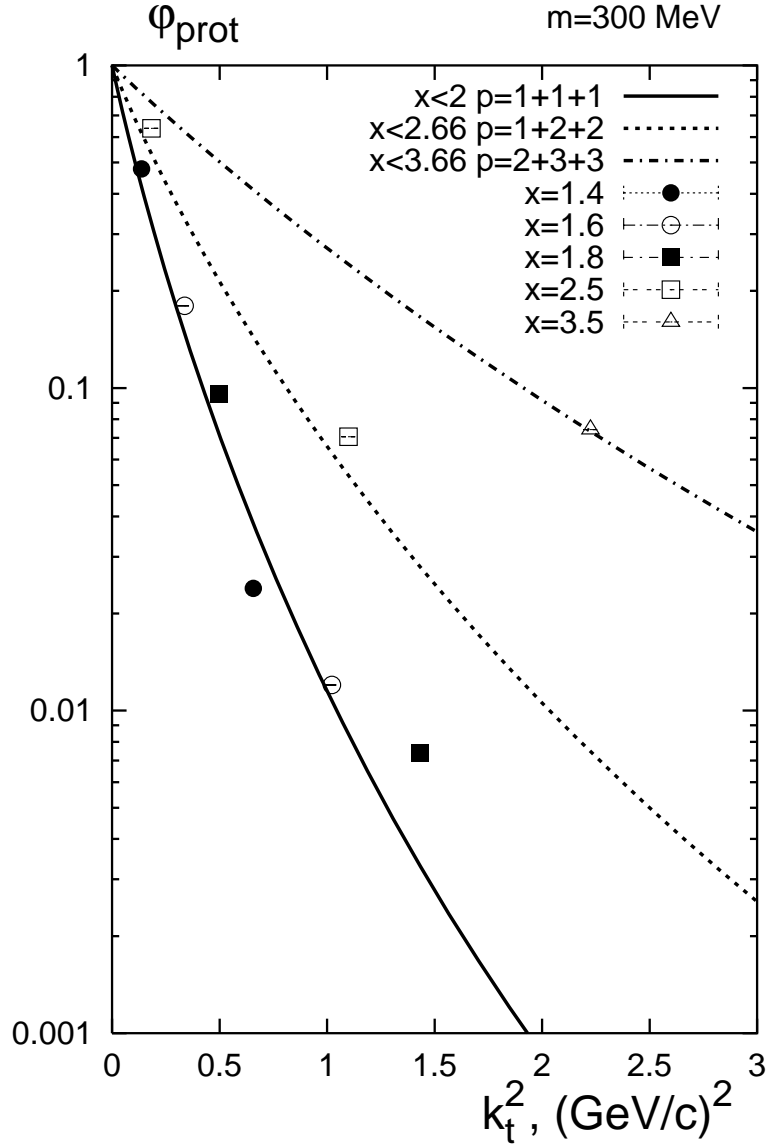


Рис. 5.8: Зависимость от квадрата поперечного импульса для протонов разной степени кумулятивности. Точки - экспериментальные данные [208], полученные при различных значениях кумулятивности ($x=1,4; 1,6; 1,8; 2,5; 3,5$), нормированные на выход протонов при $k_{\perp}=0$. (Экспериментальные погрешности порядка размера точек.) Кривые - результаты расчета (5.46) для кумулятивных протонов в кварк-партонной модели [284, 288, 292] с использованием механизма когерентной кварковой коалесценции [291, 294, 298, 304, 305, 308] для трех наборов (p_1, p_2, p_3) : $(p_1=p_2=p_3=1$ - сплошная кривая), $(p_1=1, p_2=p_3=2$ - точечная кривая) и $(p_1=2, p_2=p_3=3$ - штрих-пунктир), которые согласно (5.33) дают вклад, соответственно, при $x < 2$, $x < 2,66$ и $x < 3,66$. Расчеты проведены при значении массы конституентного кварка $m=300 \text{ МэВ}$. Других параметров нет.

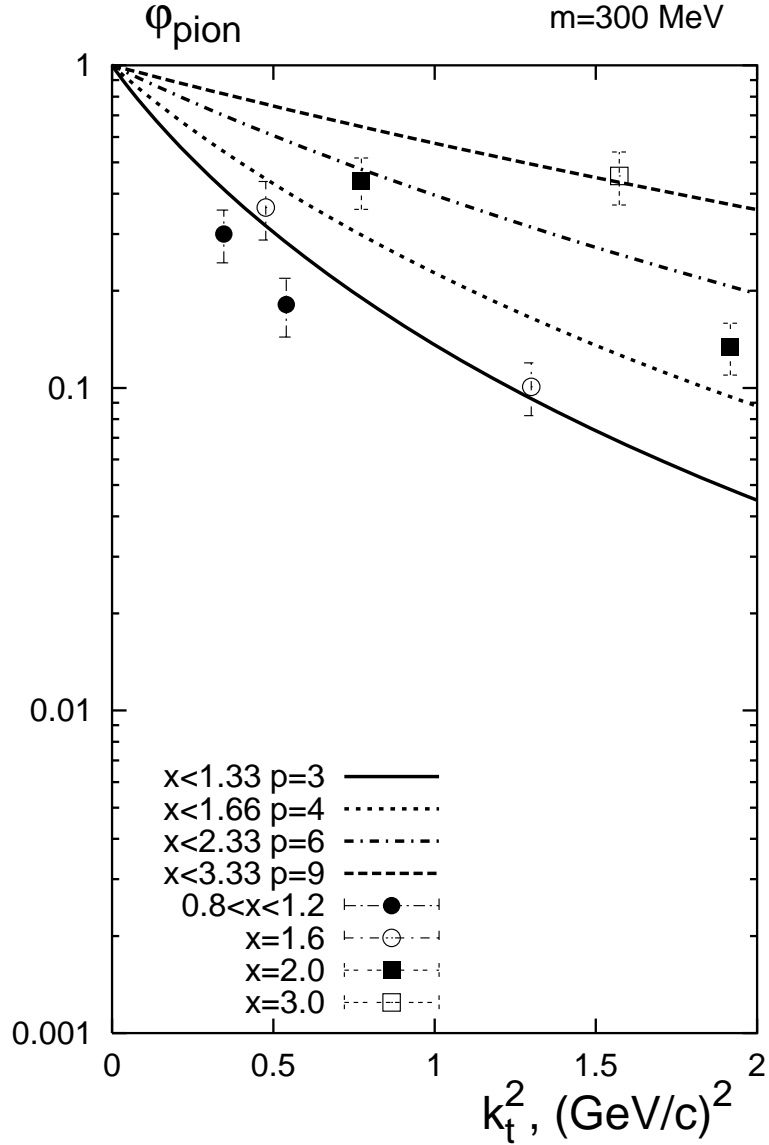


Рис. 5.9: Зависимость от квадрата поперечного импульса для пионов разной степени кумулятивности. Точки - экспериментальные данные [208], полученные при различных значениях кумулятивности ($0,8 < x < 1,2$; $1,6$; $2,0$; $3,0$), нормированные на выход пионов при $k_{\perp}=0$. Кривые - результаты расчета (5.43) для кумулятивных пионов в кварк-партонной модели [284, 288, 292] с образованием кумулятивного пиона в результате фрагментации одного быстрого кварка [294, 295, 304, 305, 308] для следующих значений p : $p=3$ (сплошная кривая), $p=4$ (точечная кривая), $p=6$ (штрих-пунктир) и $p=9$ (пунктир), которые согласно (5.34) дают вклад, соответственно, при $x < 1,33$, $x < 1,66$, $x < 2,33$ и $x < 3,33$. Расчет проводился при том же значении массы конститuentного кварка $m=300\text{МэВ}$, что и в случае расчета выходов кумулятивных протонов на рис. 5.8. Других параметров нет.

Расчет проводился для следующих значений p : $p=3$ (сплошная кривая), $p=4$ (точечная кривая), $p=6$ (штрих-пунктир) и $p=9$ (пунктир), которые согласно (5.34) дают вклад, соответственно, при $x < 1,33$, $x < 1,66$, $x < 2,33$ и $x < 3,33$. Расчет проводился при том же значении массы конституентного кварка $m=300\text{МэВ}$, что и в случае расчета выходов кумулятивных протонов, никаких других параметров в этом случае также нет.

Видно, что с ростом степени кумулятивности распределение пионов по поперечному импульсу становится все более широким также, как это имело место и для кумулятивных протонов, при этом опять наблюдается хорошее согласие результатов расчета с экспериментом.

Если же сравнить кривые для кумулятивных протонов на рис. 5.8 и кривые для кумулятивных пионов на рис. 5.9, то видно, что при одинаковой степени кумулятивности пионные распределения значительно шире протонных, что означает большую величину среднего поперечного импульса пионов по сравнению с протонами при одинаковой степени кумулятивности. Это подтверждается и дальнейшим анализом экспериментальных результатов, проведенным в работах [206, 207].

Однако, в этом разделе мы сознательно ограничились лишь сравнением непосредственно с экспериментально измеренными распределениями по поперечному импульсу для кумулятивных протонов и пионов [208]. Дело в том, что при попытке найти из этих распределений значение среднего поперечного импульса для протонов и пионов при фиксированном значении x , ввиду их медленного убывания (особенно в случае кумулятивных пионов (см. рис. 5.9)), приходится делать те или иные предположения о характере их поведения за пределами экспериментально доступной области - при больших значениях k_{\perp} . Это приводит к большим неопределенностям при попытках экспериментального определения среднего поперечного импульса кумулятивных частиц (ср. результаты работ [206]-[208]). Сами же экспериментальные распределения по поперечному импульсу для кумулятивных протонов и пионов из работы [208], с которыми мы проводим сравнение в этом разделе, представляются нам более надежными, так как не требуют этих дополнительных предположений.

5.2.4 Заключение

Таким образом мы приходим к выводу, что экспериментально наблюдаемый [206]-[208] более медленный, при увеличении степени их кумулятивности, рост среднего поперечного импульса протонов по сравнению с пионами объясняется тем, что кумулятивные протоны образуются главным образом за счет механизма кварковой коалесценции - когерентного объ-

единения трех быстрых кварков в протон (рис. 5.6). Основной же вклад в образование кумулятивных пионов вносит стандартный механизм фрагментации одного быстрого кварка в пион (рис. 5.7).

Важно подчеркнуть, что в настоящей и предыдущей главах [284, 288, 291, 292, 294, 295, 298, 304, 305] мы проводим рассмотрение вкладов этих процессов в рамках единой кварк-партонной модели кумулятивных явлений. Это позволяет нам провести их надежное сравнение в рамках одной модели.

В заключение отметим, что не так давно, исходя из аналогичных соображений, механизм кварковой коалесценции был успешно использован для объяснения отличия в выходах барионов с большими поперечными импульсами (в том числе и протонов) по сравнению с выходами пионов, которое было обнаружено в экспериментах по столкновению ультрарелятивистских ядер на коллайдере RHIC [98]-[103]. Физическая близость этих явлений обусловлена тем, что процессы рождения частиц с большим поперечным импульсом являются жесткими, также как и рассматриваемые нами кумулятивные процессы.

Приложение 5.1

Приближения для матриц плотности η и ρ

Мы определяем матрицы плотности η и ρ следующим образом:

$$\eta(b_1, \dots, b_p) = \int |\psi_{\perp}(b_i)|^2 \delta^{(2)}\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i\right) db_{p+1} \dots db_n ,$$

$$\rho(b_1, \dots, b_p) = \int |\psi_{\perp}(b_i)|^2 db_{p+1} \dots db_n .$$

Очевидна связь

$$\rho(b_1, \dots, b_p) = \int \eta(b_1 + B, \dots, b_p + B) dB .$$

Если использовать трансляционно-инвариантное гауссово приближение для ψ_{\perp} :

$$\begin{aligned} & \psi_{\perp}(b_1, \dots, b_n) = \\ & = C_{\perp} \exp \left[-\frac{1}{2nb_0^2} \sum_{i < j} (b_i - b_j)^2 \right] = C_{\perp} \exp \left[-\frac{1}{2b_0^2} \sum_{i=1}^n b_i^2 + \frac{1}{2nb_0^2} \left(\sum_{i=1}^n b_i \right)^2 \right] , \end{aligned}$$

где

$$C_{\perp}^2 = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{\pi b_0^2} \right)^{n-1} ,$$

то для η -матрицы при $p < n$ находим:

$$\eta(b_1, \dots, b_p) = \frac{n}{n-p} \left(\frac{1}{\pi b_0^2} \right)^p \exp \left[-\frac{1}{b_0^2} \sum_{i=1}^p b_i^2 - \frac{1}{(n-p)b_0^2} \left(\sum_{i=1}^p b_i \right)^2 \right]$$

(отметим противоположный знак перед вторым членом в экспоненте по сравнению со знаком в исходном выражении для ψ_\perp). При $p = n$ для η -матрицы имеем

$$\begin{aligned} \eta(b_1, \dots, b_p) &= |\psi_\perp(b_1, \dots, b_n)|^2 \delta^{(2)}\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i\right) = \\ &= \frac{1}{n} \left(\frac{1}{\pi b_0^2} \right)^{n-1} \exp \left[-\frac{1}{b_0^2} \sum_{i=1}^n b_i^2 \right] \delta^{(2)}\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i\right). \end{aligned}$$

Видно, что η -матрица зависит от n и p и что она факторизуется лишь при условии $n \gg p$. В этом случае:

$$\eta(b_1, \dots, b_p) = \prod_{i=1}^p \eta(b_i), \quad \eta(b) = \frac{1}{\pi b_0^2} e^{-\frac{b^2}{b_0^2}}. \quad (5.47)$$

Используя данное трансляционно-инвариантное гауссово приближения для ψ_\perp мы находим для ρ -матрицы:

$$\begin{aligned} \rho(b_1, \dots, b_p) &= \frac{1}{p} \left(\frac{1}{\pi b_0^2} \right)^{p-1} \exp \left[-\frac{1}{b_0^2} \sum_{i=1}^p b_i^2 + \frac{1}{pb_0^2} \left(\sum_{i=1}^p b_i \right)^2 \right] \\ &= \frac{1}{p} \left(\frac{1}{\pi b_0^2} \right)^{p-1} \exp \left[-\frac{1}{pb_0^2} \sum_{i < j} (b_i - b_j)^2 \right]. \end{aligned}$$

Видим, что ρ -матрица не зависит от n и является трансляционно-инвариантной как и сама ψ_\perp . Для нее нельзя использовать приближение типа (5.47), которое нарушает трансляционную инвариантность.

Приложение 5.2

Оценка продольной части интеграла перекрытия

Мы проведем оценку продольной части интеграла перекрытия J_\parallel для случая реального порога, когда все кварки-спектаторы являются донорами ($M = 0$, $N = n + p$) и кумулятивный адрон (F) уносит практически весь продольный импульс ядерного кластера ($x_K \rightarrow x_P$, см. замечание после формулы (5.2)). В этом случае интеграл перекрытия (5.14) факторизуется: $J_\parallel = |O_\parallel|^2$, где

$$O_\parallel = \sqrt{2x_K} \int \psi_{\parallel P}(x_i^{(j)'}) \prod_j \frac{1}{x^{(j)}} \psi_{\parallel K}^*(x^{(j)}) \delta(\sum_{j,i} x_i^{(j)' } - x_P) \prod_{j,i} \frac{dx_i^{(j)'}}{2x_i^{(j)'}}$$

и

$$x^{(j)} = \sum_{i=1}^{p_j+1} x_i^{(j)'} .$$

Для продольной части волновой функции мы будем использовать приближение:

$$\psi_{\parallel}(x_i) = C_{\parallel}(x_1 \dots x_n)^{\omega} = C_{\parallel} \left(\prod_{i=1}^n x_i \right)^{\omega} .$$

Оно имеет пик в центральной точке $x_1 = \dots = x_n = x/n$, причем его ширина тем уже, чем больше безразмерный параметр ω . Все вычисления в рамках этого приближения удастся аналитически провести до конца и получить ответ в явном виде. Так для константы нормировки имеем:

$$C_{\parallel}^2 = \frac{(2n\omega - 1)! 2^n}{[(2\omega - 1)!]^n x^{2n\omega-1}} .$$

Для O_{\parallel} находим ($x \equiv x_P = x_K$):

$$\begin{aligned} O_{\parallel} &= \sqrt{2x} \frac{1}{2^N} C_{\parallel P} C_{\parallel K} \frac{[(\omega_P - 1)!]^N x^{n(\omega_K-1)+N\omega_P-1}}{[n(\omega_K - 1) + N\omega_P - 1]!} \times \\ &\times \prod_{j=1}^n \frac{[(\omega_K - 1) + (p_j + 1)\omega_P - 1]!}{[(p_j + 1)\omega_P - 1]!} , \end{aligned}$$

и нормировочные константы для $\psi_{\parallel P}$ и $\psi_{\parallel K}$ соответственно равны

$$C_{\parallel P}^2 = \frac{(2N\omega_P - 1)! 2^N}{[(2\omega_P - 1)!]^N x^{2N\omega_P-1}} ,$$

$$C_{\parallel K}^2 = \frac{(2n\omega_K - 1)! 2^n}{[(2\omega_K - 1)!]^n x^{2n\omega_K-1}} .$$

Детали вычислений и изучение предельных случаев можно найти в [294].

Литература

- [1] Лексин Г.А. и др. ЖЭТФ **32** (1957) 445
- [2] Ажгирей Л.С. и др. ЖЭТФ **33** (1957) 1185
- [3] Блохинцев Д.И. *О флуктуациях ядерного вещества.* ЖЭТФ **33** (1957) 1295
- [4] Fitch V.L., Meyer S.L., Pirone P.A. Phys. Rev. **126** (1962) 1849
- [5] Баюков Ю.Д., Воробьев В.С., Карташов Г.Р., Лексин Г.А. и др. *Спектры протонов, испущенных под углом 137° при облучении протонами с энергией порядка нескольких БЭВ.* Изв. АН СССР, серия физ., **30** (1966) 521
- [6] Баюков Ю.Д., Воробьев В.С., Колыбасов В.М., Лексин Г.А. и др. *Новые данные о взаимодействии высокоэнергичных протонов с ядром углерода.* Ядерная физика **5** (1967) 337
- [7] Pirone P.A., Smith A.J.S. Phys. Rev. **148** (1966) 1315
- [8] Балдин А.М. и др. Препринт ОИЯИ, Р9-5442, Дубна, 1970
- [9] Балдин А.М. *Масштабная инвариантность адронных столкновений и возможность получения пучков частиц высокой энергии при релятивистском ускорении многозарядных ионов.* Краткие сообщения по физике АН СССР, ФИАН, ϵ 1, 1971, с.35
- [10] Балдин А.М., Гиордэнеску Н., Зубарев В.Н., Кириллов А.Д., и др. *Наблюдение пионов высокой энергии при столкновении релятивистских дейтронов с ядрами.* Препринт ОИЯИ, Р1-5819, Дубна, 1971
- [11] Baldin A.M. Preprint JINR P7-5769, Dubna, 1971
- [12] Балдин А.М., Герасимов С.Б., Гиордэнеску Н. и др. *Кумулятивное мезообразование.* Ядерная физика **18** (1973) 79
- [13] Балдин А.М. и др. *Экспериментальные исследования кумулятивного мезообразования.* Ядерная физика **20** (1974) 1201

- [14] Балдин А.М. и др. Ядерная физика **21** (1975) 1008
- [15] Баюков Ю.Д., Воробьев В.С., Лексин Г.А. и др.
Эффекты масштабной инвариантности при обратном рассеянии протонов с энергией несколько Гэв ядрами. Ядерная физика **18** (1973) 1246
- [16] Баюков Ю.Д., Воробьев В.С., Лексин Г.А. и др.
Инвариантные эффекты при испускании p , d , t назад ядрами, облученными элементарными частицами с энергией 0,7-6 Гэв. Ядерная физика **19** (1974) 1266
- [17] Балдин А.М. Исследования с релятивистскими ядрами. МИФИ, М., 1975.
- [18] Лексин Г.А. Ядерный скейлинг. МИФИ, М., 1975; в кн. Элементарные частицы, III школа физики ИТЭФ, вып.2, с.5, Атомиздат, М., 1975.
- [19] Балдин А.М. и др. Препринт ОИЯИ Р1-11168, Дубна, 1977.
- [20] Балдин А.М. *Физика релятивистских ядер.* ЭЧАЯ **8** (1977) 429
- [21] Лексин Г.А., Смирнитский А.В. Письма в ЖЭТФ **28** (1978) 179
- [22] Балдин А.М. и др. Препринт ОИЯИ, Р1-11302, Дубна, 1978.
- [23] Bayukov Yu.D. et al. Phys. Rev. **C20** (1979) 764; 2257
- [24] Ставинский В.С. ЭЧАЯ **10** (1979) 949
- [25] Аблеев В.Г. и др. Письма в ЖЭТФ. **37** (1983) 196;
Ableev V. G. et al. Preprint JINR E1-82-516, Dubna, 1982;
Preprint JINR E1-82-377, Dubna, 1982.
- [26] Аблеев В.Г. и др. Письма в ЖЭТФ. **45** (1987) 467; **47** (1988) 558
- [27] Ажгирей Л.С. и др. Ядерная физика **46** (1987) 1134;
Ажгирей Л.С., Юдин Н.П. Ядерная физика **57** (1994) 160
- [28] Baldin A.M. Preprint JINR E1-80-545, Dubna, 1980
- [29] Baldin A.M. Preprint JINR E2-83-415, Dubna, 1983
- [30] Baldin A.M. Nucl. Phys. **A447** (1985) 203c
- [31] Балдин А.М., Панебратцев Ю.А., Ставинский В.С.
Доклады АН СССР, **279** (1984) 1352
- [32] Балдин А.М., Балдин А.А. ЭЧАЯ **29** (1998) 577

- [33] Бондарев В.К. ЭЧАЯ **28** (1997) 13
- [34] Воробьев Л.С., Гаврилов В.Б., Горяинов Н.А. и др.
Ядерная физика **53** (1991) 732
- [35] Matveev V.A., Muradyan R.M., Tavkhelidze A.N.
Nuovo Cimento Lett. **7** (1973) 719
- [36] Brodsky S.J., Farrar G.R. Phys. Rev. Lett. **31** (1973) 1153
- [37] Brodsky S.J., Chertok B.T.
Phys.Rev. **D14**(1976) 3003; Phys. Rev. Lett. **37** (1976) 269
- [38] Blankenbecler R., Brodsky S.J. Phys. Rev. **D16** (1977) 2973
- [39] Frankfurt L.L., Strikman M.I. Preprint LNPI-173, Leningrad Nuclear
Physics Institute, Leningrad, 1975
- [40] Ефремов А.В. Ядерная физика **24** (1976) 1208
- [41] Ефремов А.В. *Кварк-партоновая картина кумулятивного рождения.*
ЭЧАЯ **13** (1982) 613
- [42] Lobov G.A., Markushin V.E., Solov'ev V.V., Shapiro I.S. JETP Lett. **23**
(1976) 102; Sov. J. Nucl. Phys. **25** (1977) 102
- [43] Schmidt I.A., Blankenbecler R. Phys. Rev. **D15** (1977) 3321
- [44] Schmidt I.A., Blankenbecler R. Phys. Rev. **D16** (1977) 1318
- [45] Burov V.V., Lukyanov V.K., Titov A.I. Phys. Lett. **67B** (1977) 46
- [46] Лукьянов В.К., Титов А.И. ЭЧАЯ **10** (1979) 815
- [47] Буров В.В., Лукьянов В.К., Титов А.И. *Многокварковые системы в
ядерных процессах.* ЭЧАЯ **15** (1984) 1249
- [48] Гриднев К.А. и др. Изв. АН Каз.ССР, Сер. физ.-мат., **2** (1979) 74
- [49] Frankfurt L.L., Strikman M.I. Phys. Lett **69B** (1977) 93; Sov. J. Nucl.
Phys. **25** (1977) 625
- [50] Frankfurt L.L., Strikman M.I. Phys. Lett **83B** (1979) 407; Sov. J. Nucl.
Phys. **29** (1979) 246
- [51] Кондратюк Л.А., Шматиков М.Ж. *Кумулятивные процессы и квар-
ковые распределения в ядрах.* Ядерная физика **41** (1985) 498
- [52] Неудачин В.Г., Смирнов Ю.Ф.
Нуклонные ассоциации в легких ядрах. Наука, М., 1969.

- [53] Смирнов Ю.Ф., Обуховский И.Т., Неудачин В.Г. Ядерная физика **27** (1978) 860
- [54] Neudatchin V.G. et al. Z. Phys. **A313** (1983) 357
- [55] Smirnitsky A.V. Sov. J. Nucl. Phys. **55** (1992) 922
- [56] Бояринов С.В. и др. Ядерная физика **50** (1989) 1605
- [57] Бояринов С.В. и др. Ядерная физика **54** (1991) 119
- [58] Gribov L.V., Levin E.M., Ryskin M.G. Phys. Rep. **100** (1983) 1
- [59] Mueller A.H., Qiu J. Nucl. Phys. **B268** (1986) 427
- [60] Blaizot J.-P., Mueller A.H. Nucl. Phys. **B289** (1987) 847
- [61] Mueller A.H. Nucl. Phys. **B335** (1990) 115
- [62] Mueller A.H., Patel B. Nucl. Phys. **B425** (1994) 471
- [63] Bartels J., Wuesthoff M. Z. Phys. **C66** (1995) 157
- [64] Braun M.A., Vacca G.P. Eur. Phys. J. **C6** (1999) 147
- [65] Balitsky I. Nucl. Phys. **B463** (1996) 99; Phys. Rev. **D60** (1999) 014020
- [66] Kovchegov Yu.V., Phys. Rev. **D54** (1996) 5463; **D55** (1997) 5445; **D60** (1999) 034008; **D61** (2000) 074018
- [67] Braun M.A. Eur. Phys. J. **C16** (2000) 337
- [68] Armesto N., Braun M.A. Eur. Phys. J. **C20** (2001) 517
- [69] Braun M.A. Phys. Lett. **B483** (2000) 115; Eur. Phys. J **C33** (2004) 113
- [70] Levin E., Tuchin K. Nucl. Phys. **B573** (2000) 83; Nucl. Phys. **A693** (2001) 787
- [71] Mueller A.H. Nucl. Phys. **B572** (2000) 227
- [72] Кураев Е.А., Липатов Л.Н., Фадин В.С. ЖЭТФ **45** (1978) 199
- [73] Балицкий Я.Я. и Липатов Л.Н., Ядерная физика **28** (1978) 22
- [74] Иоффе Б.Л., Липатов Л.Н., Хозе В.А. Глубоко-неупругие процессы. Энергоатомиздат, М., 1983
- [75] Fadin V.S., Lipatov L.N., Nucl. Phys. **B406** (1993) 259; **B477** (1996) 767
- [76] Lipatov L.N. Nucl. Phys. **B365** (1991) 614

- [77] Kirshner R., Lipatov L.N., Szymanowski L. Nucl. Phys. **B425** (1994) 579
- [78] Lipatov L.N. Nucl. Phys. **B452** (1995) 369; Phys. Rep. **286** (1997) 131
- [79] McLerran L., Venugopalan R. Phys. Rev. **D49** (1994) 2233, 3352; **D50** (1994) 2225; **D59** (1999) 094002
- [80] Jalilian-Marian J., Kovner A., McLerran L., Weigert H. Phys. Rev. **D55** (1997) 5414
- [81] Ferreiro E., Iancu E., Leonidov A., McLerran L. Nucl. Phys. **A703** (2002) 489
- [82] Weigert H. Nucl. Phys. **A703** (2002) 823
- [83] Mueller A.H., Shosh A.I. Nucl. Phys. **B692** (2004) 175
- [84] Blaizot J.-P., Iancu E., Itakura K., Triantafyllopoulos D.N. Phys. Lett. **B615** (2005) 221
- [85] Kharzeev D., Nardi M. Phys. Lett. **B507** (2001) 121; nucl-th/0012025
- [86] Kaidalov A.B. Phys. Lett. **B116** (1982) 459
- [87] Kaidalov A.B., Ter-Martirosyan K.A. Phys. Lett. **B117** (1982) 247
- [88] Capella A., Sukhatme U.P., Tan C.-I., Tran Thanh Van J. Phys. Lett. **B81** (1979) 68; Phys. Rep. **236** (1994) 225
- [89] Braun M.A., Pajares C. Phys. Lett. **B287** (1992) 154; Nucl. Phys. **B390** (1993) 542; 549
- [90] Amelin N.S., Braun M.A., Pajares C. Phys. Lett. **B306** (1993) 312; Z. Phys. **C63** (1994) 507
- [91] Amelin N.S., Armesto N., Braun M.A., Ferreiro E.G., Pajares C. Phys. Rev. Lett. **73** (1994) 2813
- [92] Carroll J.B. et al. Phys. Rev. Lett. **62** (1989) 1829
- [93] Shor A. et al. Phys. Rev. Lett. **63** (1989) 2192
- [94] Baldin A.M. et al. Nucl. Phys. **A519** (1990) 407
- [95] Baldin A.M. et al. JINR Rapid Comm., 3-92, Dubna, 1992, p.20.
- [96] Schroter A. et al. Z. Phys. **A350** (1994) 101
- [97] Shor A., Perez-Mendez V., Ganezer K. Nucl. Phys. **A514** (1990) 717

- [98] Adams J., Adler C., Aggarwal M.M. et al. (STAR Collaboration), *Particle-Type Dependence of Azimuthal Anisotropy and Nuclear Modification of Particle Production in Au+Au Collisions at $\sqrt{s}=200$ GeV*. Phys. Rev. Lett. **92** (2004) 052302
- [99] Molnar D., Voloshin S.A., Phys. Rev. Lett. **91** (2003) 092301
- [100] Fries R.J., Muller B., Nonaka C., Bass S.A., Phys. Rev. Lett. **90** (2003) 202303
- [101] Hwa R.C., Yang C.B., Phys. Rev. **C67** (2003) 064902
- [102] Greco V., Ko C.M., Levai P., Phys. Rev. Lett. **90** (2003) 202302
- [103] Lin Z.W., Ko C.M., Phys. Rev. Lett. **89** (2002) 202302
- [104] Кондратюк Л.А., Копелиович В.Б. Письма в ЖЭТФ **21** (1975) 88.
- [105] Копелиович В.Б. Письма в ЖЭТФ. **23** (1976) 348
- [106] Копелиович В.Б. Ядерная физика **26** (1977) 168
- [107] Копелиович В.Б., Радоманов В.Б. Препринт ОИЯИ Р2-11938, Дубна, 1978; Сообщение ОИЯИ-1-83-381, Дубна, 1983.
- [108] Амелин Н.С., Лыкасов Г.И. Ядерная физика **33** (1981) 194; Препринт ОИЯИ Р2-12579, Дубна, 1979.
- [109] Обрант Г.З. Ядерная физика **36** (1982) 862
- [110] Карманов В.А., Шапиро И.С. ЭЧАЯ **9** (1978) 327
- [111] Lovelace C. et al. Preprint LBL-63, Berkeley, 1973.
- [112] Cutkosky R.E. et al. Phys. Rev. **D20** (1979) 2839.
- [113] Zidell V.S. et al. Phys. Rev. **D21** (1980) 1255.
- [114] Абаев В.В., Круглов С.П., Никитиу Ф. Препринт ЛИЯФ е946, Л., 1984.
- [115] Anishetty R., Koehler P., McLerran L. Preprint SLAC-PUB-2565, Stanford, 1980.
- [116] Yen E. Phys. Rev. **D10** (1974) 836
- [117] Taylor F.E. et al. Phys. Rev. **D14** (1976) 1217
- [118] Hulthen L. Rev. Mod. Phys. **23** (1951) 1; Moravcsik M.J. Nucl. Phys. **7** (1958) 113

- [119] Nikolaev N.N., Zoller V.R. *Multiparticle reactions on deuterons*. Preprint CERN-TH-2516, Geneva, 1978, 37p.
- [120] Грибов В.Н. *Глауберовские поправки и взаимодействие адронов с ядрами при высоких энергиях*.
Журн. эксперим. и теор. физ. **56** (1969) 892
- [121] Федорюк М.В. *Метод перевала*, Наука, М., 1977.
- [122] Butler S.T., Pearson C.A. *Phys. Rev.* **129** (1963) 863
- [123] Стрикман М.И., Франкфурт Л.Л. *Письма в ЖЭТФ* **30** (1979) 373
- [124] Мурин Ю.А. и др. *Сообщение РИ-138 (Радиевый ин-т им. В.Г. Хлопина)*, Л., 1980.
- [125] Абрамовский В.А., Грибов В.Н., Канчели О.В.
Ядерная физика **18** (1973) 595
- [126] Frankfurt L.L., Strikman M.I. *Phys. Rep.* **76** (1981) 215
- [127] Гаврилов В.Б., Лексин Г.А. *Препринт ИТЭФ-124*, М., 1983;
Gavrilov V.B., Kornienko N.L., Leksin G.A., Semenov S.V.
Preprint ИТЭФ-69, М., 1985.
- [128] Lee J.K.P. et al. *Nucl. Phys.* **A106** (1968) 357;
Nachenbers F., Chians H.C., Hafner J. *Phys. Lett.* **97B** (1980) 183;
Boal D.H. *Phys. Rev.* **C25** (1982) 3068.
- [129] Weise J.H. *Preprint CERN-TH-2197*, Geneva, 1976.
- [130] Lacombe M. et al. *Phys. Lett.* **101B** (1981) 139.
- [131] Баюков Ю.Д. и др. *Препринт ИТЭФ-143*, М., 1984;
Препринт ИТЭФ-148, М., 1983.
- [132] Бояринов С.В. и др. *Препринт ИТЭФ 86-165*, М., 1986.
- [133] Бояринов С.В. и др. *Ядерная физика* **47** (1988) 942
- [134] Абрамов В.В. и др. *Ядерная физика* **45** (1987) 1362
- [135] Сафронов Г.А. и др. *Ядерная физика* **47** (1988) 1523
- [136] Cronin J.W. et al. *Phys. Rev.* **D11** (1975) 3105.
- [137] Bayukov Yu.D. et al. *Preprint ИТЭФ-192*, М., 1983.
- [138] Барретт Р., Джексон Д. *Размеры и структура ядер*. Наук. думка, Киев, 1981.

- [139] Гаврилов В.Б., Корниенко Н.Л., Лексин Г.А., Семенов С.В.
Ядерная физика **41** (1985) 843; Препринт ИТЭФ-69, М., 1985.
- [140] Schwarzschild A., Zupancic C. Phys. Rev. **129** (1963) 854.
- [141] Papp J. et al. Phys. Rev. Lett. **34** (1975) 601
- [142] Kopeliovich V.B. Phys. Rep. **139** (1986) 51
- [143] Kopeliovich V.B., Radomanov V.B. Sov. J. Nucl. Phys. **40** (1984) 686
- [144] Karplus R., Sommerfield C.M., Wichman E.H. Phys. Rev. **111** (1958) 1187
- [145] Shapiro I.S. Nucl. Phys. **28** (1961) 244
- [146] Amado R.D. Phys. Rev. **132** (1963) 485
- [147] Blokhintsev L.D., Dolinsky E.I., Popov V.S. Nucl. Phys. **40** (1963) 117;
Sov. Phys. JETP **16** (1963) 1350; 1618
- [148] Komarov V.V., Popova A.M. Sov. Phys. JETP **18** (1964) 151
- [149] Aaron R., Shanley P.E. Phys. Rev. **142** (1966) 608
- [150] Picklesimer A., Tandy P.C., Thaler R.M., Wolfe D.H. Phys. Rev. **C30**
(1984) 1861
- [151] Celenza L.S., Shakin C.M., Koepf W. Phys. Rev. **C42** (1990) 1989
- [152] Crespo R., Johnson R.C., Tostevin J.A. Phys. Rev. **C41** (1990) 2257
- [153] Crespo R., Tostevin J.A. Phys. Rev. **C41** (1990) 2615
- [154] Chinn C.R., Elster Ch., Thaler R.M. Phys. Rev. **C44** (1991) 1569
- [155] Blobel V. et al. Preprint DESY 73/36, Hamburg, 1973
- [156] Вауков Yu D et al. Sov. J. Nucl. Phys. **39** (1984) 938
- [157] Ефремов А.В., Кайдалов А.Б., Ким В.Т., Лыкасов Г.И., Славин Н.В.
Ядерная физика **47** (1988) 1364
- [158] Ефремов А.В., Кайдалов А.Б., Лыкасов Г.И., Славин Н.В.
Ядерная физика **57** (1994) 932
- [159] Горенштейн М.И., Зиновьев Г.М., Шелест В.П.
Ядерная физика **26** (1977) 788
- [160] Горенштейн М.И., Зиновьев Г.М., Синюков Ю.М.
Письма в ЖЭТФ **28** (1978) 371

- [161] Brodsky S.J., Hoyer P. Nucl. Phys. **A532** (1991) 79
- [162] Brodsky S.J., Hoyer P., Mueller A., Tang W.-K. Nucl. Phys. **B369** (1992) 519
- [163] Esaibegyan S.V., Ter-Isaakyan N.L. Phys. Lett. **B317** (1993) 617
- [164] Reya E. Phys. Rep. **69** (1981) 195
- [165] Sukhatme U., Wilk G., Lassila K.E. Z.Phys **C53** (1992) 439
- [166] Capella A., Tran Thanh Van J. Z.Phys. **C10** (1981) 249
- [167] Braun M.A. Nucl. Phys. **A523** (1991) 694
- [168] Dubovikov M.S., Ter-Martirosyan K.A. Nucl. Phys. **B124** (1977) 163;
Кайдалов А.Б., Пономарев Л., Тер-Мартirosян К.А.
Ядерная физика **44** (1986) 722
- [169] Kaidalov A.B., Ter-Martirosyan K.A. Nucl. Phys. **B75** (1974) 471
- [170] Amos N.A. et al. Nucl. Phys. **B262** (1985) 689
- [171] Brodsky S.J., Lu H.J. Phys. Rev. Lett. **B64** (1990) 1342
- [172] Schuler G.A., Sjostrand T. Preprint CERN-TH.6837/93, Geneva, 1993
- [173] Shüetz W.P. et al., Phys. Rev. Lett., **38** (1977) 259
- [174] Baldin A.M. et al. Preprint JINR E1-82-472, Dubna, 1982
- [175] Nikiforov N.A. et al. Phys. Rev. **C22** (1980) 700
- [176] Benvenuti A.C. et al. (BCDMS collaboration) Z. Phys. **C63** (1994) 29
- [177] Волковицкий П.Э., Лалидус А.М., Лисин В.И., Тер-Мартirosян К.А.
Описание данных опыта в теории померона с $\alpha(0) > 1$ и некоторые ее следствия. Ядерная физика **24** (1976) 1237
- [178] Никитин Ю.П., Розенталь И.Л. Ядерная физика высоких энергий.
Атомиздат, М., 1980
- [179] Грибов В.Н. *Реджеонная диаграммная техника.* Журн. эксперим. и теор. физ. **53** (1967) 654
- [180] Левин Е.М., Франкфурт Л.Л. *Нерелятивистская модель кварков.* Успехи физ. наук **94** (1968) 243
- [181] Коккедэ Я. Теория кварков. Пер. с англ., Мир, М., 1971

- [182] Новожилов Ю.В. Введение в теорию элементарных частиц. Наука, М., 1972
- [183] Anisovich V.V., Shekhter V.M. *Quark Model for Multiparticle and Inclusive Reactions*. Nucl. Phys. **B55** (1973) 455
- [184] Anisovich V.V. Proceedings of the IX LNPI Winter School of Physics, vol.3, LNPI, Leningrad, 1974, p.106
- [185] Anisovich V.V. *Inclusive Processes in Hadron-Nucleus Collisions as a Test for Quark-Parton Model*. Phys. Lett. **B57** (1975) 87
- [186] Anisovich V.V., Lepekhin F.G., Shabelsky Yu.M. *Hadron Production in πA and pA Collisions at High Energies as an Evidence for the Composite Quark Model*. Препринт ЛИЯФ, с 347, Л., 1977
- [187] Anisovich V.V., Shabelsky Yu.M., Shekhter V.M. *Fields of Projectile Fragments in Hadron-Nucleon Interactions and Quark Structure of Hadrons*. Препринт ЛИЯФ, с 352, Л., 1977
- [188] Anisovich V.V., Shabelski Yu.M., Shekhter V.M. Nucl. Phys. **B133** (1978) 477
- [189] Браун В.М., Шабельский Ю.М. Ядерная физика **35** (1982) 1247
- [190] Braun V.M., Shabelski Yu.M. *Multiple scattering theory for inelastic processes*. Int. J. Mod. Phys. **A3** (1988) 2417-2501
- [191] Новожилов В.Ю., Новожилов Ю.В. *Цветной скирмион в вакуумном поле: асимптотика, стабильность и возможность конфайнмента*. Теор. и матем. физика **131** (2002) 62
- [192] Novozhilov V.Yu., Novozhilov Yu.V. Phys. Lett. **B522** (2001) 49
- [193] Novozhilov V.Yu. *Effective QCD chiral lagrangian for pions and vector mesons and hidden local symmetry*. Phys. Lett. **B228** (1989) 240
- [194] Андрианов А.А., Андрианов В.А., Новожилов В.Ю., Новожилов Ю.В. Письма в ЖЭТФ **43** (1986) 8; ТМФ **74** (1988) 140
- [195] Andrianov A.A., Novozhilov Yu.V. Phys. Lett. **B153** (1985) 422
- [196] Андрианов В.А., Новожилов В.Ю. Ядерная физика **43** (1986) 983
- [197] Kaplan D.B. Phys. Lett. **B235** (1990) 163; Nucl. Phys. **B351** (1991) 357
- [198] Ellis J., Frishman Y., Hanany A., Karliner M. Nucl. Phys. **B382** (1992) 189

- [199] Gomelski G., Karliner M., Selipsky S.B. Phys. Lett. **B323** (1994) 182
- [200] Braun M.A., Novozhilov V.Yu. *Electromagnetic properties of the pion in the dressed quark model*. Helv. Phys. Acta **54** (1982) 447
- [201] Kopeliovich B.Z., Zakharov B.G. Phys. Lett. **211B** (1988) 221
- [202] Kopeliovich B.Z., Potashnikova I.K., Povh B., Predazzi E. *Soft QCD Dynamics of Elastic Scattering in Impact Parameter Representation*. Phys. Rev. **D63** (2001) 054001
- [203] Kopeliovich B.Z. *Transparent Nuclei and Deuteron-Gold Collisions at RHIC*. Phys. Rev. **C68** (2003) 044906
- [204] Lavelle M., MacMullan D. Phys. Rep. **279** (1997) 1
- [205] Kaidalov A.B., Lykasov G.I., Slavin N.V. Proceedings of the IX International Seminar on High Energy Physics Problems, JINR, Dubna, 1988, p.271
- [206] Бояринов С.В. и др. Ядерная физика **57** (1994) 1452
- [207] Бояринов С.В. и др. Ядерная физика **55** (1992) 1675
- [208] Бояринов С.В. и др. Ядерная физика **46** (1987) 1472
- [209] Baldin A.M. et al., Preprint JINR P-1-83-432, Dubna, 1983
- [210] Brodsky S.J., Gunion J.F. , Soper D.E. Phys. Rev. **D36** (1987) 2710
- [211] Vogt R., Brodsky S.J., Hoyer P. Nucl. Phys. **B383** (1992) 643
- [212] Vogt R., Brodsky S.J. Nucl. Phys. **B438** (1995) 261
- [213] Kopeliovich B.Z., Zakharov B.G. Phys. Rev. **D44** (1991) 3466
- [214] Kopeliovich B.Z., Tarasov A.V., Huefner J. *Coherence Phenomena in Charmonium Production off Nuclei at the Energies of RHIC and LHC*. Nucl. Phys. **A696** (2001) 669
- [215] Kopeliovich B.Z., Nemchik J., Schaefer A., Tarasov A.V. Phys. Rev. **C65** (2002) 035201; Phys. Rev. Lett. **88** (2002) 232303
- [216] Kopeliovich B.Z., Tarasov A.V. *Gluon Shadowing and Heavy Flavor Production off Nuclei*. Nucl. Phys. **A710** (2002) 180-217
- [217] Uhlig S. et al. Nucl. Phys. **B132** (1978) 15
- [218] Alpgard K. et al. (UA5 Collab.), Phys. Lett., **B123** (1983) 361

- [219] Ansorge R.E. et al. (UA5 Collab.), Z. Phys. **C37** (1988) 191
- [220] Alexopoulos T. et al. (E735 Collab.), Phys. Lett. **B353** (1995) 155
- [221] Ansorge R.E. et al. (UA5 Collab.), Z. Phys. **C43** (1989) 357
- [222] Golokhvastov A.I. Z.Phys. **C64** (1994) 301
- [223] Голохвастов А.И. Ядерная физика **67** (2004) 2252
- [224] Golokhvastov A.I. Ядерная физика **58** (1995) 2110
- [225] Голохвастов А.И. Ядерная физика **64** (2001) 1924
- [226] Iso C., Mori K. Z. Phys. **C46** (1990) 59
- [227] Giovanini A., Van Hove L., Z. Phys. **30** (1986) 242
- [228] Werner K., Kutschera M. Phys. Lett. **B 220** (1989) 243
- [229] Werner K. Phys. Rep. **232** (1993) 87
- [230] Chou T.T., Yang C.N. Phys. Lett. **135** (1984) 175
- [231] Lim S.L., Lim Y.K., Oh C.H., Phua K.K., Z. Phys. **C43** (1989) 621
- [232] Armesto N., Braun M.A., Ferreiro E.G., Pajares C.
Phys. Rev. Lett. **77** (1996) 3736
- [233] Braun M.A., Pajares C., Ranft J.
Int. J. of Mod. Phys. **A14** (1999) 2689; hep-ph/9707363
- [234] Nardi M., Satz H. Phys. Lett. **B442** (1998) 14;
Satz H. Nucl. Phys. **A661** (2000) 104c
- [235] Braun M.A., Pajares C. Eur. Phys. J. **C16** (2000) 349
- [236] Capella A., Kaidalov A.B., Tran Thanh Van J. Heavy Ion Phys. **9** (1999)
169; hep-ph/9903244
- [237] Braun M.A., Pajares C. Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 4864
- [238] Braun M.A., del Moral F., Pajares C., Phys. Rev. **C65** (2002) 024907
- [239] Armesto N., Pajares C., Sousa D., Phys. Lett. **B527** (2002) 92
- [240] Schwinger J. Phys. Rev. **82** (1951) 664
- [241] Biro T.S., Nielsen H.B., Knoll J. Nucl. Phys. **B245** (1984) 449
- [242] Bialas A., Czyz W. Nucl. Phys. **B267** (1986) 242

- [243] Braun M.A., del Moral F., Pajares C. Eur. Phys. J. **C21** (2001) 557
- [244] Capella A., Krzywicki A. Phys. Rev. **D18** (1978) 4120;
Capella A., Tran Thanh Van J. Z. Phys. **C18** (1983) 85; Phys. Rev. **D29** (1984) 2512
- [245] Bopp F.W., Capella A., Ranft J., Tran Thanh Van J. Z. Phys. **C51** (1991) 99
- [246] Shuryak E.V. Nucl. Phys. **A661** (119c) 1999.
- [247] Arnison G. et al. (UA1 Collab.) Phys. Lett. **118B** (1982) 167
- [248] Breakstone A. et al. (ABCDHW Collab.) Phys. Lett. **132B** (1983) 463
- [249] Capella A., Krzywicki A. Phys. Rev. **D29** (1984) 1007
- [250] Aurenche P., Bopp F., Ranft J. Phys. Lett. **147B** (1984) 212
- [251] Van Hove L. Phys. Lett. **118B** (1982) 138
- [252] Armesto N., Pajares C. Int. J. of Mod. Phys. **A15** (2000) 2019
- [253] Glauber R.J. In: Lect. in Theor. Phys. (ed. W.E.Brittin), vol.1, Interscience Publ., N.Y., 1959, p.315
- [254] Ситенко А.Г. УФЖ **4** (1959) 152
- [255] Czyz W., Maximon L.C. Annals of Physics **52** (1969) 59
- [256] Bialas A., Bleszynski M., Czyz W. Nucl. Phys. **B111** (1976) 461
- [257] Пак А.С. и др. Ядерная физика **30** (1979) 102
- [258] Браун М.А. Ядерная физика **45** (1987) 1625; **48** (1988) 409; **51** (1990) 1722
- [259] Боресков К.Г., Кайдалов А.Б. Ядерная физика **48** (1988) 575
- [260] Heiselberg H. *Event-by-event physics in relativistic heavy ion collisions* Phys. Rept. **351** (2001) 161; nucl-th/0003046
- [261] Braun M.A., Pajares C. *Colour strings vs. hard pomeron in perturbative QCD* Phys. Lett. **B603** (2004) 21
- [262] Браун М.А., Вечернин В.В. *Вклад неупругого перерасеяния в кумулятивное мезонообразование.* Ядерная физика **25** (1977) 1276-1286

- [263] Браун М.А., Вечернин В.В., Евлашев Ю.А. *Вклад неупругого перерасеяния в кумулятивное рождение пионов в модели статистического бутстрапа.*
Ядерная Физика **27** (1978) 1329-1341
- [264] Браун М.А., Вечернин В.В., Власников А.К. *Роль перерасеяния в электророждении кумулятивных пионов.*
Ядерная физика **28** (1978) 142-150
- [265] Браун М.А., Вечернин В.В. *Квазиупругое и неупругое перерасеяние как источник кумулятивного рождения частиц на дейтроне.*
Ядерная физика **28** (1978) 1466-1476
- [266] Вечернин В.В. *Вклад промежуточных антипротонов в образование кумулятивных пионов.*
Вестник ЛГУ, N 4 (1979) 19-23
- [267] Вечернин В.В.
Время формирования адрона и перерасеяние на дейтроне.
Вестник ЛГУ, N 22 (1979) 15-22
- [268] Браун М.А., Вечернин В.В.
Перерасеяние и кумулятивный эффект на ядрах.
Ядерная физика **31** (1980) 602-616
- [269] Браун М.А., Вечернин В.В.
Выход фрагментационных дейтронов за счет слипания нуклонов.
Ядерная физика **36** (1982) 614-623
- [270] Браун М.А., Вечернин В.В., Ложкин О.В., Мурин Ю.А.
Фрагментация ядер при больших энергиях в приближении парных корреляций (высокоимпульсная компонента).
Сообщение РИ-150 (Радиевый ин-т им. В.Г. Хлопина), Л., 1982, 18с.
- [271] Браун М.А., Вечернин В.В. *О роли перерасеяния пиона при образовании кумулятивных протонов из дейтрона.*
Ядерная физика **40** (1984) 1588-1590
- [272] Богатин В.И., Браун М.А., Вечернин В.В., Ложкин О.В., Мурин Ю.А.
Рождение фрагментов при столкновении протонов высоких энергий с ядрами. В сб.: Вопросы релятивистской теории ядра и элементарных частиц (ред. Новожилов Ю.В.), ЛГУ, Л., 1984, стр.26-68
- [273] Браун М.А., Вечернин В.В. *Вклад перерасеяния пиона в кумулятивное рождение протонов на дейтроне.*
Ядерная физика **43** (1986) 1579-1586

- [274] Браун М.А., Вечернин В.В. *О слепании быстрых нуклонов в дейтрон при высокоэнергетических столкновениях с ядрами.*
Ядерная физика **44** (1986) 784-793
- [275] Braun M.A., Vechernin V.V. *Production of deuterons in hA -collisions at high energies in the target fragmentation region.* In: Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics, vol.1, JINR, Dubna, 1987, pp.326-333
- [276] Braun M.A., Vechernin V.V. *Production of light fragments in hA collisions at high energies.* Preprint IC/88/375, International Centre for Theoretical Physics, Trieste, 1988, 11p.
- [277] Браун М.А. , Вечернин В.В.
Рождение дейтронов при столкновении высокоэнергетических адронов с ядрами в области фрагментации мишени.
Ядерная физика **47** (1988) 1452-1460
- [278] Braun M.A., Vechernin V.V. *Production of fast fragments in high-energy hadron collisions with nuclei.*
J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **16** (1990) 1615-1626
- [279] Браун М.А., Вечернин В.В. *Рождение быстрых фрагментов в адрон-ядерных взаимодействиях при высоких энергиях.*
Ядерная физика **51** (1990) 873-882
- [280] Braun M.A., Vechernin V.V. *Separation of the Contributions Originating from Short- and Long-Range Nuclear Phenomena for Cumulative Proton Production.*
J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **19** (1993) 531-543
- [281] Braun M.A., Vechernin V.V. *On Interference of Cumulative Proton Production Mechanisms.*
J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **19** (1993) 517-529
- [282] Braun M.A., Vechernin V.V. *Interference of the Contributions of the Various Mechanisms for Cumulative Proton Production from Nuclei.* In: Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics (ed. A.M.Baldin and V.V.Burov), JINR, Dubna, 1994, pp.294-308
- [283] Braun M.A., Vechernin V.V. *Deuteron Structure Functions and Particle Production in the Cumulative Region.*
Proceedings of the International Symposium "DUBNA DEUTERON-93 JINR, Dubna, 1994, pp.102-108

- [284] Braun M.A., Vechernin V.V. *Nuclear Structure Functions and Particle Production in the Cumulative Region in the Parton Model*. Nucl. Phys. **B427** (1994) 614-640
- [285] Braun M.A., Vechernin V.V. *Microscopic theory of cumulative phenomena*. The Second International Symposium on Nuclear Physics at Storage Rings, V.G.Khlopin Radium Institute, St.-Petersburg, 1994, p.40
- [286] Braun M.A., Vechernin V.V. *Particle Production and Deuteron Structure Function in the Cumulative Region*. Proceedings of the International Symposium "DUBNA DEUTERON-95 JINR, Dubna, 1996, pp.9-19
- [287] Braun M.A., Vechernin V.V. *Nuclear Structure Functions Through the Quark-Parton Diagram Summation at the Cumulative Thresholds*. In: Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics (ed. A.M.Baldin and V.V.Burov), vol.2, JINR, Dubna, 1997, pp.135-147
- [288] Браун М.А., Вечернин В.В. *Структурные функции и рождение частиц в кумулятивной области: две разные экспоненты*. Ядерная физика **60** (1997) 506-512
- [289] Браун М.А., Вечернин В.В. *Кварк-партоновая модель кумулятивных явлений*. В сб.: Труды XI-го международного семинара по физике высоких энергий и квантовой теории поля (ред. Б.Б. Левченко), НИИЯФ МГУ, Москва, 1997, 391-396
- [290] Braun M.A., Vechernin V.V. *Cumulative Phenomena in the Quark-Parton Model*. In: Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics (ed. A.M.Baldin and V.V.Burov), vol.2, JINR, Dubna, 1998, pp. 152-159
- [291] Braun M.A., Vechernin V.V. *Cumulative Phenomena On Deuteron* Report at the International Symposium "DUBNA DEUTERON-97 JINR, Dubna, 1997; *Deuteron Disintegration in Quark-Parton Model*. Preprint SPbU-IP-97/18 (hep-ph/9710269), St.Petersburg State University, St.Petersburg, 1997, 8p.
- [292] Braun M.A., Vechernin V.V. *Cumulative Phenomena through the Quark-Parton Diagram Summation at Thresholds*. In: Quantum Theory, in honour of Vladimir A. Fock (ed. Yu.V. Novozhilov), vol.1, UNESCO - St.Petersburg University - Euro-Asian Physical Society, St.Petersburg, 1998, pp. 159-178

- [293] Braun M.A., Vechernin V.V. *Cumulative Phenomena and Subthreshold Heavy Particles Production*. Abstracts of the XIV International Seminar on High Energy Physics Problems, JINR, Dubna, 1998, p.67.
- [294] Braun M.A., Vechernin V.V. *Coalescence of quarks and the cumulative baryon production*. Preprint SPbU-IP-1998/22, St.Petersburg State University, St.Petersburg, 1998, 28p.
- [295] Браун М.А., Вечернин В.В.
Зависимость от поперечного импульса для кумулятивных пионов.
Ядерная физика **63** (2000) 1920-1923
- [296] Braun M.A., Pajares C., Vechernin V.V.
On the forward-backward correlations in a two-stage scenario.
Phys. Lett. **B493** (2000) 54-64
- [297] Braun M.A., Pajares C., Vechernin V.V.
Forward-backward multiplicity correlations, low p_T distributions in the central region and the fusion of colour strings.
CERN Int. Notes, ALICE-INT-2001-16, CERN, Geneva, 2001, 13p.
- [298] Braun M.A., Vechernin V.V.
Cumulative phenomena in the QCD approach.
Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **92** (2001) 156-161
- [299] Braun M.A., Vechernin V.V., Vlahovic B.
Leptoproduction of Cumulative Nucleons.
Fizika B (Zagreb) **B13** (2004) 337-346
- [300] Вечернин В.В., Колеватов Р.С.
Простая дискретная модель дальних корреляций множественности и p_t при столкновениях ядер высоких энергий.
Вестник С.-Петербургского университета, серия 4 (Физика, Химия),
вып. 2, (2004) стр. 12-23; hep-ph/0304295
- [301] Вечернин В.В., Колеватов Р.С.
Дискретный подход к описанию дальних корреляций множественности и p_t в модели слияния струн.
Вестник С.-Петербургского университета, серия 4 (Физика, Химия),
вып. 4, (2004) стр. 11-27; hep-ph/0305136
- [302] Braun M.A., Kolevator R.S., Pajares C., Vechernin V.V.
Correlations between multiplicities and average transverse momentum in the percolating colour strings approach.
Eur. Phys. J. **C32** (2004) 535-546

- [303] Kolevator R.S., Vechernin V.V. *Positive and negative long-range correlations in the string fusion model*
Surveys in High Energy Physics **19** (2004) 223-227
- [304] Браун М.А., Вечернин В.В.
Механизм кварковой коалесценции вблизи порога.
Теоретическая и математическая физика **139** (2004) 381-404
- [305] Вечернин В.В. *Когерентная кварковая коалесценция и распределение кумулятивных протонов по поперечному импульсу.*
Препринт SPbU-IP-2005/11, СПбГУ, С.-Петербург, 2005, 18с.
- [306] Kolevator R.S., Vechernin V.V. *Multiplicity and p_t Correlations in Relativistic Nuclear Collisions.* In: Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics (ed. A.N.Sissakian, V.V.Burov, A.I.Malakhov), vol.1, JINR, Dubna, 2005, 213-221; hep-ph/0501179
- [307] Kolevator R.S., Vechernin V.V. *Multiplicity and p_t correlations in AA-interactions at high energies* (Report at the XVIIIth International Workshop on the Quantum Field Theory and High Energy Physics, St.Petersburg, 2004), Preprint SPbU-IP-05/02 (hep-ph/0502069), St.Petersburg State University, St.Petersburg, 2005, 7p.
- [308] Braun M.A., Vechernin V.V. *Transverse Momentum Dependence of Cumulative Pions and Protons.* Report at the International Symposium "DUBNA DEUTERON-99 JINR, Dubna, 1999
- [309] Bolokhov P.A., Braun M.A., Feofilov G.A., Kondratiev V.P., Vechernin V.V. *Long-Range Forward-Backward p_t and Multiplicity Correlations Studies in ALICE.* CERN Int. Notes, ALICE-INT-2002-20, CERN, Geneva, 2002, 16p.
- [310] Bolokhov P.A., Braun M.A., Feofilov G.A., Kondratiev V.P., Vechernin V.V. *Forward-Backward Correlations in Relativistic Heavy Ion Collisions.* In: Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics (ed. A.N.Sissakian, V.V.Burov, A.I.Malakhov), vol.1, JINR, Dubna, 2004, 263-271
- [311] Bolokhov P.A., Braun M.A., Feofilov G.A., Kondratiev V.P., Vechernin V.V. *Experimental Studies of Colour String Fusion at ALICE.* In: Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics (ed. A.N.Sissakian, V.V.Burov, A.I.Malakhov), vol.1, JINR, Dubna, 2004, 272-278

- [312] NA49 collab. and Feofilov G.A., Kolevatov R.S., Kondratiev V.P., Naumenko P.A. Vechernin V.V. *Long-Range Correlations in PbPb Collisions at 158 AGeV*. In: Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics (ed. A.N.Sissakian, V.V.Burov, A.I.Malakhov), vol.1, JINR, Dubna, 2005, 222-231
- [313] ALICE collaboration. ALICE Physics Performance Report, vol.2, part 2, CERN/LHCC 2005-030, Geneva, 1985, p.453